Ｒ４　山形県　公立　数学　問題

数-22-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1)　$-7-(-2)-1$

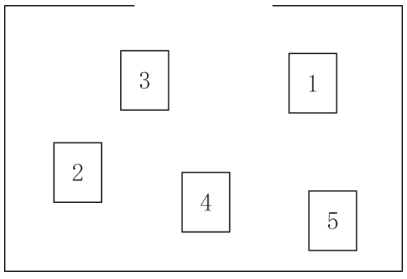
(2)　$-\frac{3}{4}\div\frac{6}{5}+\frac{1}{2}$

(3)　$(-6xy^2+8xy)\div(-2xy)$

(4)　$(2-\sqrt{6})^2+\sqrt{24}$

問２　２次方程式 $(3x+1)(x-2)=x-1$ を解きなさい。解き方も書くこと。

問３　下の図のように，箱の中に，１から５までの数字を１つずつ書いた５枚のカードが入っている。この箱からカードを１枚取り出し，それを箱にもどさずに，もう１枚取り出す。このとき，取り出した２枚のカードに書かれた数の大きいほうを小さいほうでわると，余りが１となる確率を求めなさい。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



問４　空間内に，直線ℓをふくむ平面 A と，直線 m をふくむ平面 B がある。直線ℓ，平面 A，直線 m，平面 B の位置関係について，つねに正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　平面 A と平面 B が平行であるならば，直線ℓと直線 m は平行である。
イ　直線ℓと直線 m が平行であるならば，平面 A と平面 B は平行である。
ウ　平面 A と平面 B が垂直であるならば，直線ℓと平面 B は垂直である。
エ　直線ℓと平面 B が垂直であるならば，平面 A と平面 B は垂直である。

問５　下の**表**は，あるサッカーチームが昨年行った 42 試合の，試合ごとの得点と試合数を示したものである。修二さんは，このチームが今年行った 30 試合の，試合ごとの得点と試合数について，昨年と比較して，わかったことを次のようにまとめた。今年の試合ごとの得点と試合数を示したものとして最も適切なものを，あとの**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

表

得点（点）	試合数（試合）
0	12
1	15
2	8
3	4
4	2
5	1
計	42

＜わかったこと＞

・得点の最頻値は，等しい。
・得点の中央値は，等しい。
・得点が 1 点以上の試合数の割合は，今年のほうが大きい。

ア

得点（点）	試合数（試合）
0	7
1	10
2	8
3	3
4	2
5	0
計	30

イ

得点（点）	試合数（試合）
0	4
1	11
2	10
3	3
4	1
5	1
計	30

ウ

得点（点）	試合数（試合）
0	9
1	10
2	5
3	3
4	2
5	1
計	30

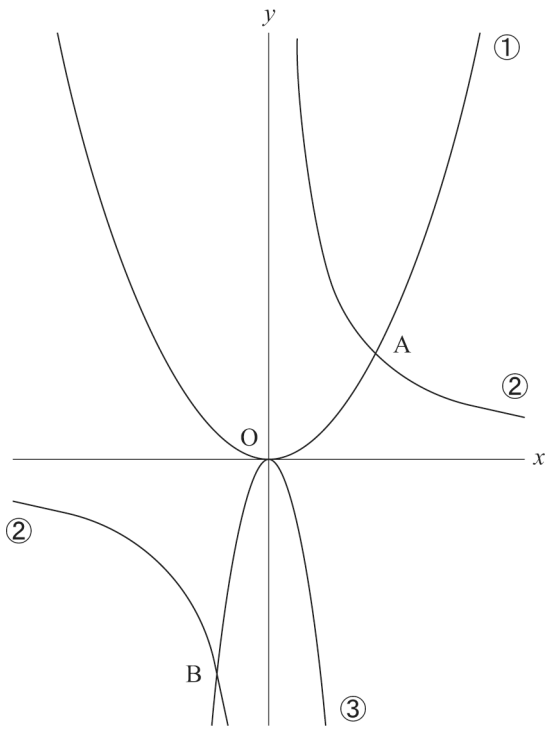
エ

得点（点）	試合数（試合）
0	8
1	8
2	9
3	3
4	2
5	0
計	30

2 次の問いに答えなさい。

問１　右の図において，①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ，②は反比例のグラフ，③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

①と②は点 A で交わっていて，点 A の x 座標は 2 である。また，②と③との交点を B とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が -4 から 0 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) 点 B の x 座標と y 座標がともに負の整数で，a が整数となるとき，a の値を求めなさい。

問２　あとの図のように，直線ℓ上にある点 A と，直線ℓ上にない 2 点 B，C がある。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

①　直線 AP と直線ℓは，垂直である。
②　点 B を，点 P を中心として回転移動させると，点 C と重なる。



問３　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

陽子さんの住む町の面積は 630 km^2 であり，A 地区と B 地区の 2 つの地区に分かれています。陽子さんが町の森林について調べたところ，A 地区の面積の 70%，B 地区の面積の 90%が森林であり，町全体の森林面積は 519 km^2 でした。このとき，A 地区の森林面積は何 km^2 ですか。

(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。どの数量を文字で表すかを示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

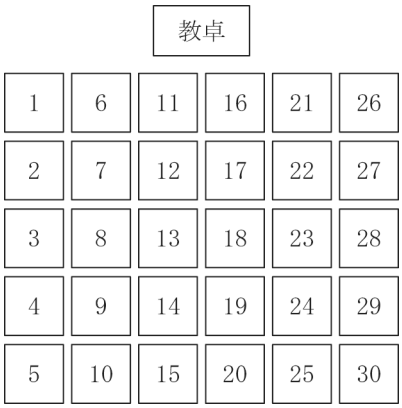
(2) A 地区の森林面積を求めなさい。

問４　右の**図**は，歩さんのクラスの座席を，出席番号で表したものであり，1 から 30 までの自然数が，上から下へ 5 つずつ，左から右へ，順に並んでいる。

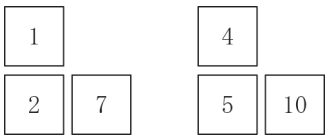
歩さんのクラスでは，この**図**をもとにして，この**図**の中に並んでいる数について，どのような性質があるか調べる学習をした。

歩さんは，例の 1，2，7 や 4，5，10 のように，L 字型に並んでいる 3 つの自然数に着目すると，1＋2＋7＝10，4＋5＋10＝19 となることから，L 字型に並んでいる 3 つの自然数の和は，すべて 3 の倍数に 1 を加えた数であると考え，文字式を使って下のように説明した。［　　］に，説明のつづきを書いて，説明を完成させなさい。

図



例



＜説明＞

L 字型に並んだ 3 つの自然数のうち，もっとも小さい自然数を n とする。L 字型に並んだ 3 つの自然数を，それぞれ n を使って表すと，

［　　］

したがって，L 字型に並んだ 3 つの自然数の和は，3 の倍数に 1 を加えた数である。

3 **図１**のように，AE＝4 cm，EF＝3 cm，FG＝5 cm の直方体があり，線分 EB は四角形 AEFB の対角線である。点 P は，A を出発し，毎秒 1 cm の速さで，辺 AE 上，線分 EB 上，辺 BC 上を C まで動き，C で停止する。

図２のように，5 点 P，E，F，G，H を結び，四角すい PEFGH をつくる。点 P が A を出発してから x 秒後の四角すい PEFGH の体積を y cm^3 とする。このとき，それぞれの問いに答えなさい。

図１

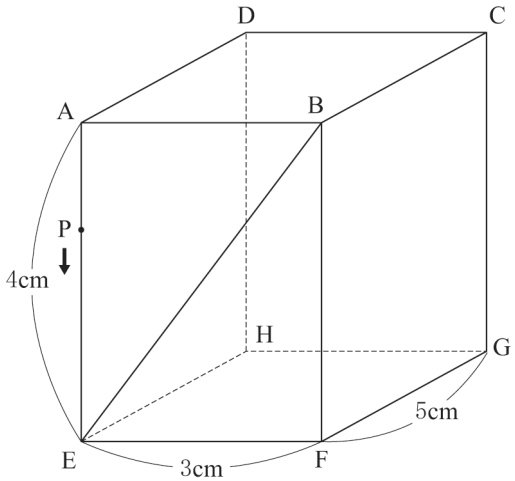
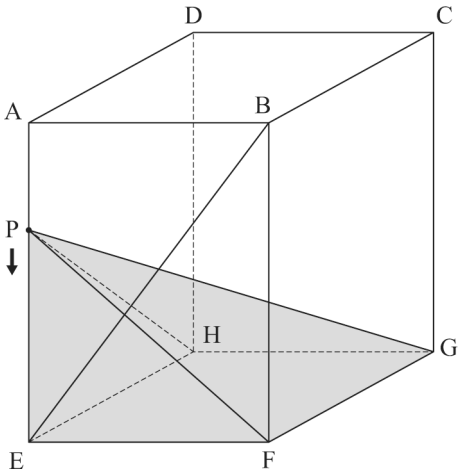


図２



問１　点 P が A を出発してから C で停止するまでの x と y の関係を表にかきだしたところ，**表１**のようになった。次の問いに答えなさい。

(1) x＝3 のときの y の値を求めなさい。

表１

x	0	…	4	…	14
y	20	…	0	…	20

(2) **表２**は，点 P が A を出発してから C で停止するまでの x と y の関係を式に表したものである。

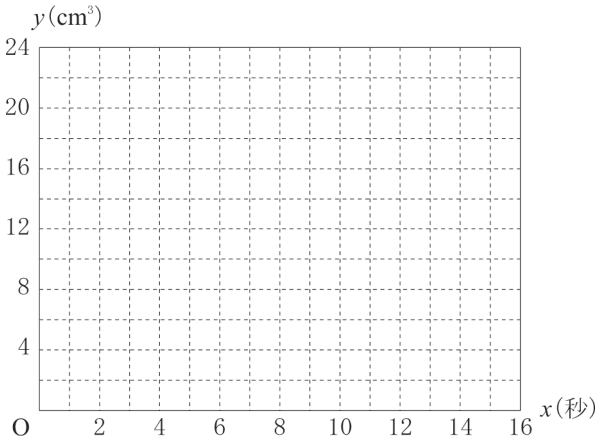
［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図３**にかきなさい。

表２

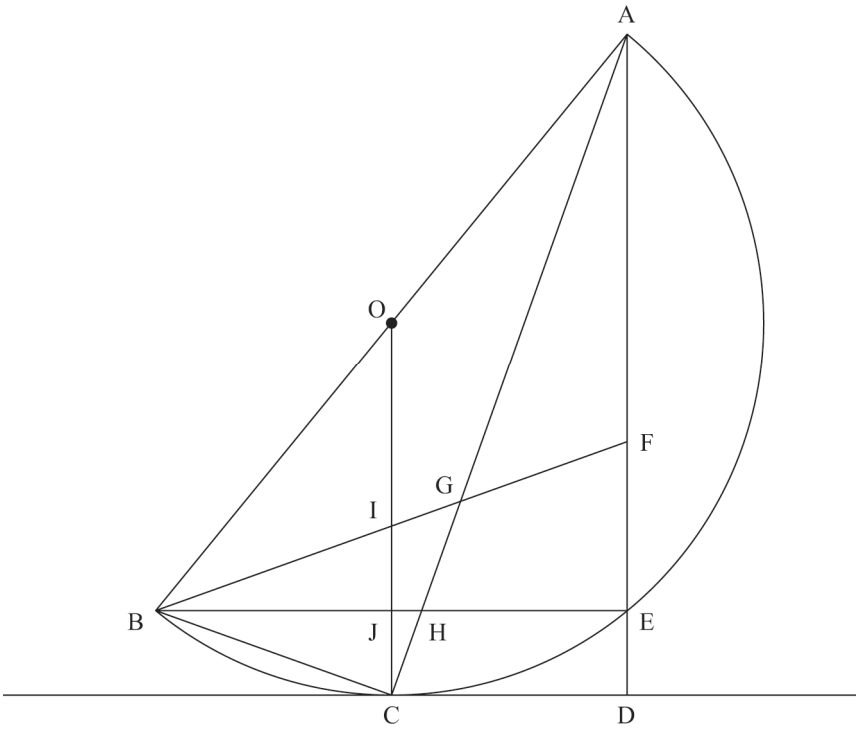
x の変域	式
$0 \leqq x \leqq 4$	$y=$［ア］
$4 \leqq x \leqq$［イ］	$y=$［ウ］
［イ］$\leqq x \leqq 14$	$y=20$

図３



問２　点 P が辺 BC 上にあり，△PFG と△PEF の面積の比が 4 : 3 になるのは，点 P が A を出発してから何秒後か，求めなさい。

4 下の図のように，点 O を中心とし，線分 AB を直径とする半円 O がある。点 B とは異なる点 C を，弧 AB 上に，∠BOC の大きさが 90° より小さくなるようにとり，点 B と C を結ぶ。また，点 C を通る半円 O の接線上に，OC // AD となるように点 D をとる。線分 AD と半円 O との交点のうち点 A とは異なる点を E とする。線分 AD 上に，AF : FD＝5 : 3 となるように点 F をとる。線分 AC と線分 BF，BE との交点をそれぞれ G，H とし，線分 OC と線分 BF，BE との交点をそれぞれ I，J とする。このとき，あとの問いに答えなさい。



問 1　△ABC∽△AHE であることを証明しなさい。

問 2　AB＝9 cm，BC＝3 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

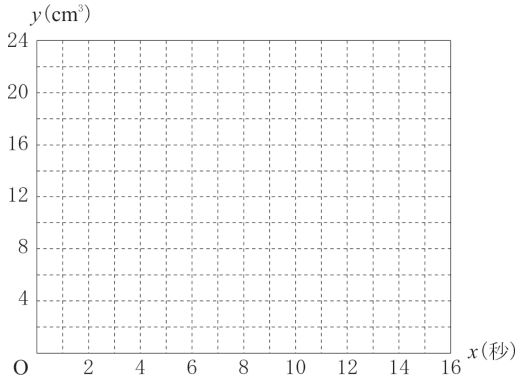
(1) CD の長さを求めなさい。

(2) GI の長さを求めなさい。

Ｒ４　山形県　公立　数学　解答用紙

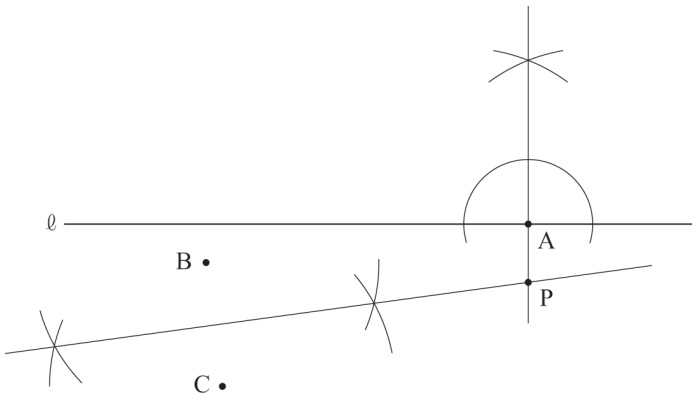
	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-山形-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$(3x+1)(x-2)=x-1$ 答			
		問３				
		問４				
		問５				

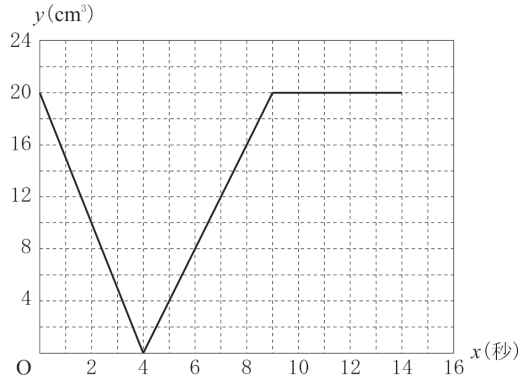
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-記-XY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２				
		問３	(1)			
			(2)	km^2		
		問４				

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="3">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="6">数-22-公-口形-KY-03</td><td rowspan="6">3</td><td rowspan="5">問１</td><td>(1)</td><td colspan="2"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)</td><td>ア</td><td>$y=$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">ウ</td><td>$y=$</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>図３

</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="3">秒後</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">数-22-公-口形-KY-04</td><td rowspan="3">4</td><td>問１</td><td colspan="3">〔証明〕</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="2">cm</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm</td><td></td><td></td></tr>
</table>

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-山形-木-01	1	問１	(1)	-6	3	
			(2)	$-\frac{1}{8}$	4	
			(3)	$3y-4$	4	
			(4)	$10-2\sqrt{6}$	4	
		問２	$(3x+1)(x-2)=x-1$ (例) $3x^2-6x+x-2=x-1$ $3x^2-6x-1=0$ $x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$ $=\frac{6\pm\sqrt{48}}{6}$ $=\frac{6\pm4\sqrt{3}}{6}$ $=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{3}$ 答　$x=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{3}$		5	
		問３	$\frac{2}{5}$		4	
		問４	エ		4	
		問５	ア		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-分-口形-木-02	2	問１	(1)	-2	4	
			(2)	-4	4	
		問２			5	
		問３	(1)	(例) A 地区の面積を x km^2 とする。 $\frac{70}{100}x+\frac{90}{100}(630-x)=519$ (例) A 地区の面積を x km^2，B 地区の面積を y km^2 とする。 $\begin{cases} x+y=630 \\ \frac{70}{100}x+\frac{90}{100}y=519 \end{cases}$	6	
			(2)	168　km^2	4	
		問４	(例) n，$n+1$，$n+6$ と表される。 このとき，それらの和は， $n+(n+1)+(n+6)=3n+7$ $=3(n+2)+1$ $n+2$ は整数だから，$3(n+2)+1$ は，3 の倍数に 1 を加えた数である。		5	

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="3">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="6">数-22-公-口形-K-03</td><td rowspan="5">3</td><td rowspan="5">問１</td><td>(1)</td><td colspan="2">5</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)</td><td>ア</td><td>$y=-5x+20$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td>9</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">ウ</td><td>$y=4x-16$</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>図３

</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="3">12　秒後</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">数-22-公-山形-K-04</td><td rowspan="4">4</td><td>問１</td><td colspan="3">〔証明〕
(例)
△ABC と△AHE において
線分 AB を直径とする円 O を考えると，半円の弧に対する円周角は等しいから
∠ACB＝∠AEH　……①
OC // AD で，錯角は等しいから
∠HAE＝∠OCA　……②
△OCA は OA＝OC の二等辺三角形だから
∠BAC＝∠OCA　……③
②，③より
∠BAC＝∠HAE　……④
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので
△ABC∽△AHE</td><td>10</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="2">$2\sqrt{2}$　cm</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">$\frac{6}{7}$　cm</td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

数-22-公-山形-KS-01

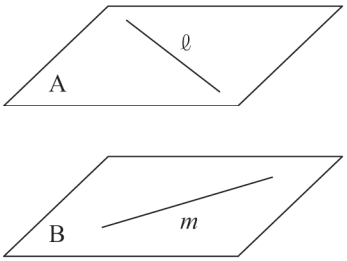
1　【小問集合】

問１　(4)　(与式)$=(4-4\sqrt{6}+6)+2\sqrt{6}=10-2\sqrt{6}$

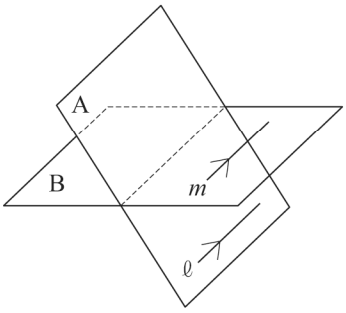
問３　樹形図などを用いてすべての場合の数を数えると，10 通り。このうち，条件を満たす 2 数の組は，(2，3)，(2，5)，(3，4)，(4，5)の 4 通り　よって，求める確率は，$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

問４　**ア**～**ウ**それぞれの反例となる図は以下の通りである。

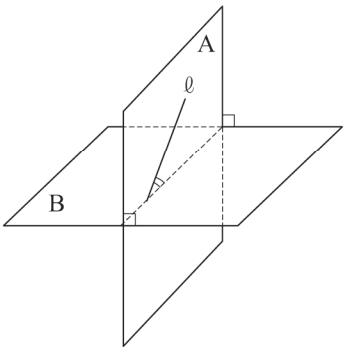
アの反例



イの反例



ウの反例



問５　昨年の得点の最頻値は 1 で，**ア**～**エ**の中で最頻値が 1 なのは**ア**，**イ**，**ウ**の 3 つ。また，昨年の得点の中央値は 1 で，**ア**，**イ**，**ウ**のうち，**イ**だけは中央値が 1.5 なので，残る選択肢は**ア**と**ウ**。最後に，昨年の得点が 1 点以上の割合は 30÷42＝0.714…で，**ア**は 23÷30＝0.766…，**ウ**は 21÷30＝0.7 となり，条件を 3 つとも満たす選択肢は**ア**。

数-22-公-山形-KS-02

2　【小問集合】

問１　(1)　$x=-4$ のとき $y=8$，$x=0$ のとき $y=0$ であり，変化の割合は，$\frac{8-0}{-4-0}=-2$

(2)　点 A は x 座標が 2 で $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点なので，$x=2$ をこれに代入して，$y=2$　A の座標が A(2，2)と分かった。反比例のグラフ②を $y=\frac{b}{x}$ とおいて，$(x, y)=(2, 2)$を代入すると，$b=4$　よって，反比例のグラフ②は $y=\frac{4}{x}$と表され，このグラフ上の点で x 座標も y 座標も負の整数になる点は，$(x, y)=(-1, -4)$，$(-2, -2)$，$(-4, -1)$ の 3 つである。この 3 つの点をそれぞれ $y=ax^2$ の式に代入して a の値を求めると，$(x, y)=(-1, -4)$のとき，$a=-4$ という整数値を得ることができる。

問２　直線 AP と直線ℓは垂直なので，点 A を通る直線ℓの垂線上に点 P は存在する(…①)。また，点 B を，点 P を中心として回転移動させると，点 C と重なるということは，2 点 B，C は点 P を中心とする円周上にある。つまり，BP＝CP が成り立てばよいので，線分 BC の垂直二等分線上に点 P はある(…②)。よって，①，②より，これら 2 本の直線を作図した交点が答えの点 P の位置である。

問３　(2)　(1)でつくった方程式を解くと，A 地区の面積は 240 km^2，B 地区の面積は 390 km^2 ということがわかる。

数-22-公-山形-KS-03

3　【関数の利用，空間図形】

問１　(1)　$x=3$ のとき，点 P は AE 上にあり，PE＝1cm の位置にある。よって，四角すいの体積は，$y=\frac{1}{3}\times$(長方形 EFGH)$\times$PE$=\frac{1}{3}\times(3\times5)\times1=5(cm^3)$

(2) 点 P は，AE＋BE＝4＋5＝9(cm)だけ進んだ 9 秒後に点 B の位置に到達する。よって，**ウ**のグラフは$(x,\ y)=(9,\ 20)$を通る。また，$(x,\ y)=(4,\ 0)$も通るので，この通る 2 点をヒントに**ウ**の関数の式を求めることができる。

問２　△PFG は，点 P が BC 上のどこにあってもその面積は一定で，$\triangle PFG=\frac{1}{2}\times FG\times 4=10$

さらに，△PEF は∠F＝90°の直角三角形であり，$\triangle PEF=\frac{1}{2}\times EF\times PF=\frac{3}{2}PF$　ここで，

$\triangle PFG:\triangle PEF=4:3$ となるために，$10:\frac{3}{2}PF=4:3$　すなわち，PF＝5cm となれば条件を満たすことが分かる。次に，△BPF で三平方の定理を用いて，$PF^2=BP^2+BF^2$ から，

$5^2=BP^2+4^2$　BP＞0 なので，BP＝3cm　つまり，BP＝3cm のとき，PF＝5 cm となり，

$\triangle PFG:\triangle PEF=4:3$ となる。したがって，点 P が点 A を出発して点 B に到達するまでに 9 秒かかることを考えると，答えは，9＋3＝12(秒後)

数-22-公-山形-KS-04

4　【平面図形】

問２　(1) 円の接線は，接点を通る半径に垂直なので，∠JCD＝90°である。また，半円の弧に対する円周角は直角なので，∠AEH＝90°であり，OC // AD より，錯角は等しいから，∠CJH＝∠AEH＝90°である。したがって，四角形 JCDE は，∠JCD＝∠CJH＝∠HED＝90°だから，∠EDC＝90°より，長方形である。よって，CD＝JE である。また，OC // AD より，平行線と比の性質から，BJ：JE＝BO：OA＝1：1 となり，JE＝BJ となる。よって，CD＝BJ である。まず，△ABC は直角三角形であり，AB＝9cm，BC＝3cm から，三平方の定理を用いて，$AC=6\sqrt{2}$cm　ここで，△BCJ∽△ABC であり*，対応する線分の比は等しく，BJ：AC＝BC：AB　BJ：$6\sqrt{2}$＝3：9　となり，$BJ=2\sqrt{2}$cm よって，上述の通り CD＝BJ なので，$CD=2\sqrt{2}$cm

*△BCJ∽△ABC であることの証明

△BCJ と△ABC において，四角形 JCDE は長方形だから，∠BJC＝90°，半円の弧に対する円周角は直角なので，∠ACB＝90°，したがって，∠BJC＝∠ACB（＝90°）…①

同じ弧に対する円周角は等しく，∠CBJ＝∠CAE…②

さらに，OC // AD で平行線の錯角は等しく，∠CAE＝∠OCA…③

△OAC は二等辺三角形なので底角は等しく，∠OCA＝∠OAC…④

②，③，④より，∠CBJ＝∠CAE＝∠OCA＝∠OAC（∠BAC）となり，

∠CBJ＝∠BAC となる。…⑤

①，⑤より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△BCJ∽△ABC となる。(証明終)

(2) (1)の解説より CD＝BJ であり，さらに BJ：JE＝1：1 から，$BE=BJ+JE=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm)

ここで，△ABE において，AB＝9cm，$BE=4\sqrt{2}$cm から三平方の定理を用いて，AE＝7cm　さらに (1) の解説より，△BCJ∽△ABC から，CJ：BC＝BC：AB　CJ：3＝3：9　よって，CJ＝1cm であり，CJ＝ED＝1cm となる。よって，AD＝AE＋ED＝7＋1＝8(cm)　となり，AF：FD＝5：3 から，

AF＝5cm，EF＝2cm，ED＝1cm となる。ここで，△BFE で FE＝2cm，$BE=4\sqrt{2}$cm から三平方の定理を用いて，BF＝6cm さらに，(1)の解説より BJ：JE＝1：1 なので，BI：IF＝1：1 も成り立ち，

$IF=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm)　また，EF＝2cm で FE：IJ＝2：1 なので，IJ＝1cm よって，

CI＝CJ＋IJ＝2(cm) ここで，△AFG∽△CIG となる（AD // OC で∠GAF＝∠GCI，対頂角が等しく∠AGF＝∠CGI となり 2 組の角がそれぞれ等しいから）ので，対応する辺の比は等しく，

FG：IG＝AF：CI＝5：2 であり，$GI=\frac{2}{2+5}IF=\frac{6}{7}$(cm)

（別解）角の二等分線の定理を用いて，GI＝BG－BI（…⑥）として GI の長さを求める方法を示す。（★）のところまでは，同様である。

(1)の解説より CD＝BJ であり，さらに BJ：JE＝1：1 から，BE＝BJ＋JE＝$2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm)

ここで, △ABE において, AB＝9cm, BE＝$4\sqrt{2}$cm から三平方の定理を用いて, AE＝7cm　さらに (1) の解説より，△BCJ∽△ABC から，CJ：BC＝BC：AB　CJ：3＝3：9　よって，CJ＝1cm であり，CJ＝ED＝1cm となる。よって，AD＝AE＋ED＝7＋1＝8(cm)　となり，AF：FD＝5：3 から，AF＝5cm，FE＝2cm，ED＝1cm となる。ここで，△BFE で FE＝2cm，BE＝$4\sqrt{2}$cm から三平方の定理を用いて，BF＝6cm（★）さらに，(1)の解説より BJ：JE＝1：1 なので，BI：IE＝1：1 となり，BI＝$\frac{1}{2}$BF＝$\frac{1}{2}$×6＝3(cm) …⑦　**問 1** の証明過程から，∠BAC＝∠HAE なので，AC は∠BAF の角二等分線である。△ABF において角の二等分線の定理より，BG：GF＝AB：AF＝9：5 であり，BG＝$\frac{9}{9+5}$BF＝$\frac{27}{7}$(cm) …⑧　⑥，⑦，⑧より，GI＝$\frac{27}{7}$－3＝$\frac{6}{7}$(cm)

