Ｒ５　山形県　公立　数学　問題

数-23-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1) $1-(2-5)$

(2) $\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)$

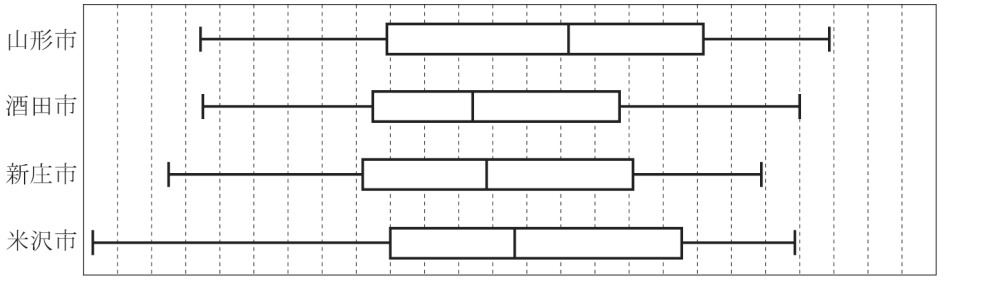
(3) $-12ab\times(-3a)^2\div 6a^2b$

(4) $(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+3)-\sqrt{28}$

問２　2 次方程式 $(x-7)(x+2)=-9x-13$ を解きなさい。解き方も書くこと。

問３　$x=23$，$y=18$ のとき，$x^2-2xy+y^2$　の値を求めなさい。

問４　下の図は，山形市，酒田市，新庄市，米沢市における，2022 年 4 月 1 日から 4 月 30 日までの日ごとの最高気温のデータを，それぞれ箱ひげ図に表したものである。あとの①～③のそれぞれについて，これらの箱ひげ図から読み取れることとして正しいものを○，正しくないものを×としたとき，○と×の組み合わせとして適切なものを，あとの**ア**～**ク**から 1 つ選び，記号で答えなさい。



（気象庁ホームページから作成）

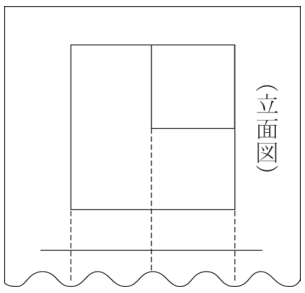
①　中央値は，山形市のほうが，酒田市より大きい。

②　四分位範囲がもっとも大きいのは，米沢市である。

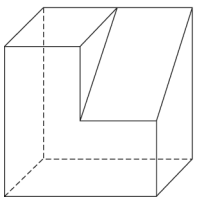
③　最高気温が 21℃以上の日数がもっとも少ないのは，新庄市である。

	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
①	○	○	○	○	×	×	×	×
②	○	○	×	×	○	○	×	×
③	○	×	○	×	○	×	○	×

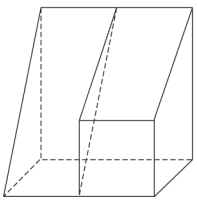
問５　右の図は，投影図の一部である。この図から考えられる立体の見取図として**適切でないもの**を，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。



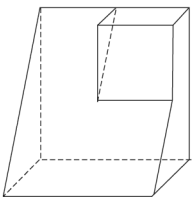
ア



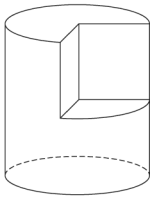
イ



ウ



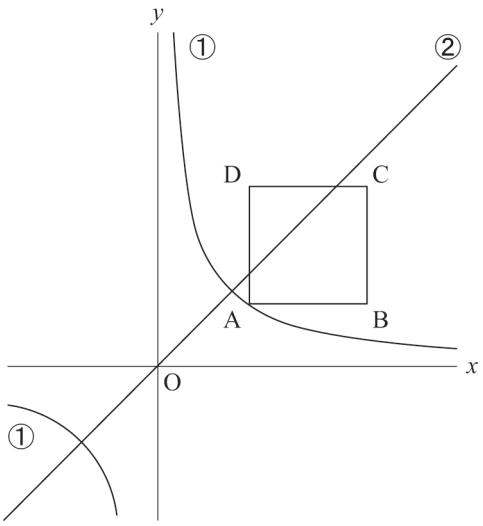
エ



2 次の問いに答えなさい。

問1 右の図において，①は関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=bx$ のグラフである。

①のグラフ上に x 座標が 3 である点 A をとり，四角形 ABCD が正方形となるように，3 点 B，C，D をとると，2 点 B，C の座標は，それぞれ (7，2)，(7，6) となった。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=bx$ のグラフが四角形 ABCD の辺上の点を通るとき，b のとる値の範囲を，不等号を使って表しなさい。

問2 純さんと友子さんは，白玉 3 個と赤玉 3 個を使い，あることがらの起こりやすさを，条件を変えて調べてみることにした。

純さんは，**図1**のように，A の箱に白玉 2 個と赤玉 1 個，B の箱に白玉 1 個と赤玉 2 個を入れ，A，B の箱から，それぞれ玉を 1 個ずつ取り出す。友子さんは，**図2**のように，C の箱に白玉 1 個と赤玉 1 個，D の箱に白玉 2 個と赤玉 2 個を入れ，C，D の箱から，それぞれ玉を 1 個ずつ取り出す。

このとき，2 個とも白玉が出ることの起こりやすさについて述べた文として適切なものを，あとの**ア**～**ウ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。また，選んだ理由を，確率を使って説明しなさい。

ただし，それぞれの箱において，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

図1

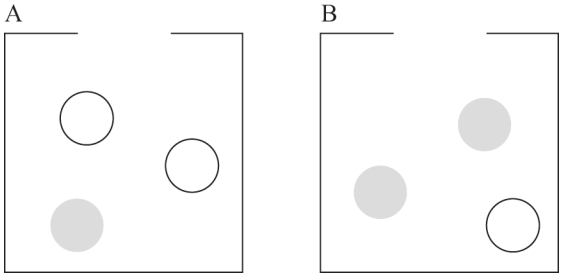
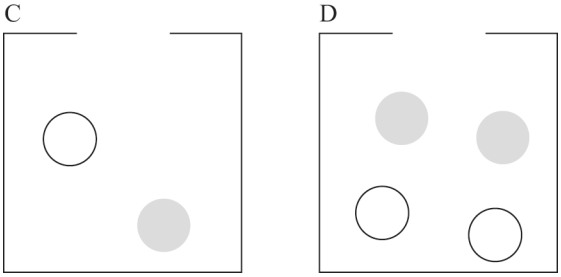


図2



ア 純さんのほうが，友子さんより起こりやすい。

イ 友子さんのほうが，純さんより起こりやすい。

ウ 起こりやすさは 2 人とも同じである。

問３　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

ある洋菓子店では，お菓子を箱に入れた商品 A，B，C を，それぞれ作っています。下の**表**は，それぞれの商品に入っているお菓子の種類と個数を示したものです。この洋菓子店では，商品 A，B，C を合わせて 40 箱作り，そのうち，商品 C は 10 箱作りました。また，40 箱の商品を作るために使ったお菓子の個数は，ドーナツのほうが，クッキーより 50 個少なくなりました。40 箱の商品を作るために使ったドーナツは何個ですか。

表

	商品 A	商品 B	商品 C
ドーナツ (個)	8	0	12
クッキー (個)	0	12	15

(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。どの数量を文字で表すかを示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 40 箱の商品を作るために使ったドーナツの個数を求めなさい。

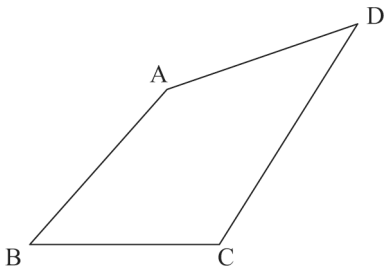
問４　あとの図において，四角形 ABCD は，AB＝AD である。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

① 点 P は，∠BCD を二等分する直線上にあり，直線 BC の上側の点である。

② ∠BPD の大きさは，∠BAD の大きさの半分であり，90 °より小さい。



数-23-公-山形-問-03

3 **図1**において，四角形 ABCD と四角形 PQRS は合同であり，AD // BC，AD＝5 cm，BC＝9 cm，∠ABC＝∠DCB＝45 ℃である。四角形 ABCD の辺 BC と四角形 PQRS の辺 QR は直線 ℓ 上にあって，頂点 B と頂点 R は直線 ℓ 上の同じ位置にある。いま，四角形 PQRS を直線 ℓ にそって矢印の方向に移動する。

図2のように，四角形 PQRS を x cm 移動したとき，四角形 ABCD と四角形 PQRS が重なっている部分の面積を y cm^2 とする。このとき，それぞれの問いに答えなさい。

図1

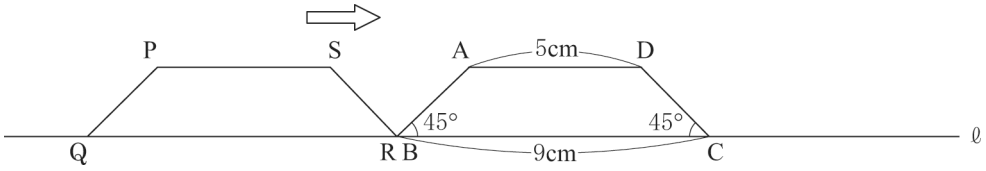
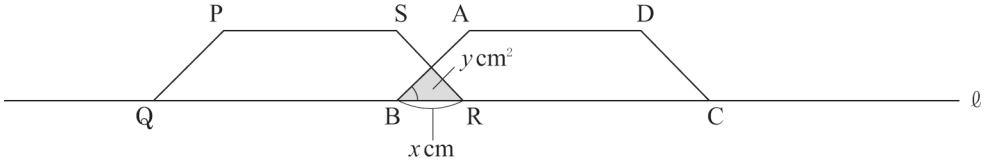


図2



問1　頂点 P が頂点 D と同じ位置にくるまで移動したときの x と y の関係を表にかきだしたところ，**表1**のようになった。次の問いに答えなさい。

表1

x	0	…	4	…	14
y	0	…	4	…	4

(1) x＝2 のときの y の値を求めなさい。

(2) **表2**は，頂点 P が頂点 D と同じ位置にくるまで移動したときの x と y の関係を式に表したものである。［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図3**にかきなさい。

図3

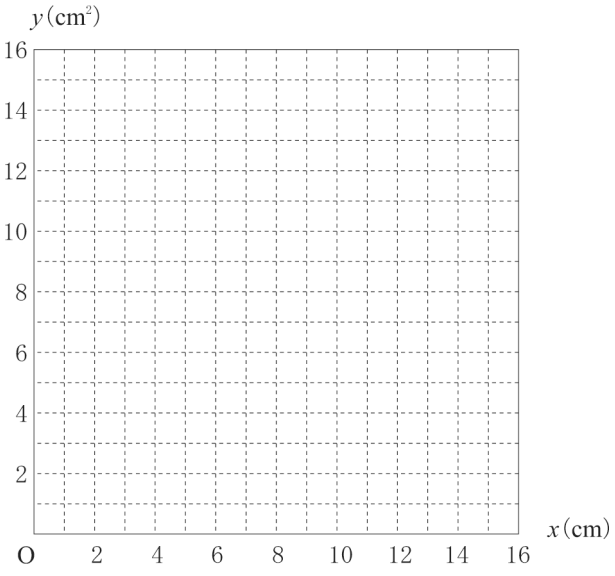
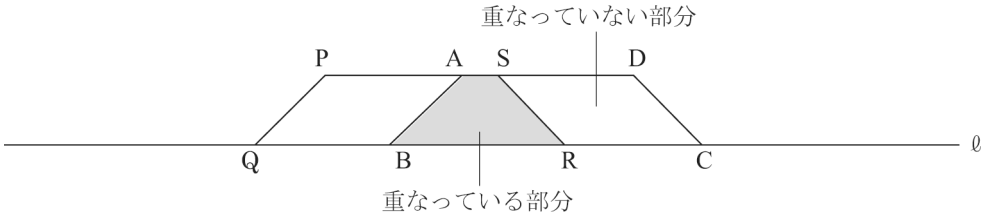


表2

x の変域	式
$0 \leqq x \leqq 4$	$y=$［ア］
$4 \leqq x \leqq$［イ］	$y=2x-4$
［イ］$\leqq x \leqq 14$	$y=$［ウ］

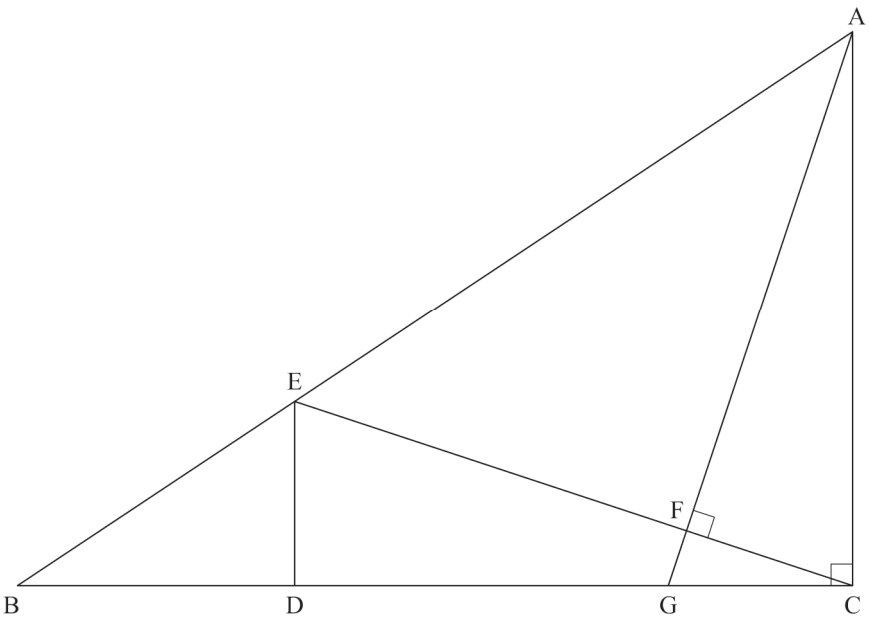
問２　**図４**のように，四角形 ABCD を，四角形 PQRS と重なっている部分と，四角形 PQRS と重なっていない部分に分ける。重なっている部分の面積が，重なっていない部分の面積の 2 倍となるときの x の値のうち，最も小さい値を求めなさい。

図４



数-23-公-山形-問-04

4　下の図のように，∠ACB＝90 °の△ABC があり，辺 BC の長さは辺 AC の長さよりも長いものとする。点 D を，辺 BC 上に，AC＝CD となるようにとる。また，点 E を，辺 AB 上に，AC // ED となるようにとる。点 A から線分 CE にひいた垂線と線分 CE との交点を F とし，直線 AF と直線 BC との交点を G とする。このとき，あとの問いに答えなさい。



問１　△AGC≡△CED であることを証明しなさい。

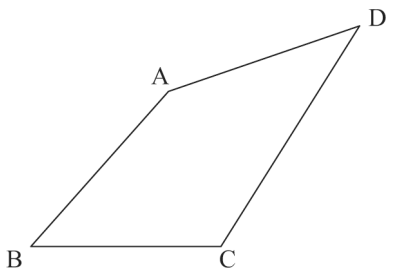
問２　AC＝10 cm，BC＝15 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

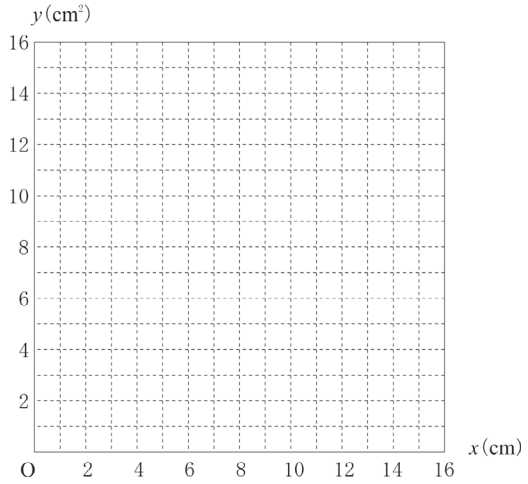
(1) ED の長さを求めなさい。

(2) △AFC を，直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。なお，円周率はπとする。

Ｒ５　山形県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-山形-Ⅳ-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$(x-7)(x+2)=-9x-13$ 答			
		問３				
		問４				
		問５				

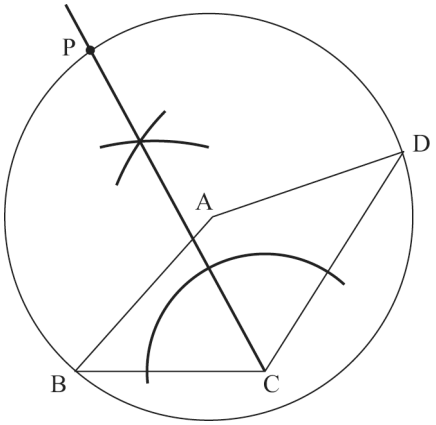
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-三形-N-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２	記号 〔理由〕			
		問３	(1)			
			(2)	個		
		問４				

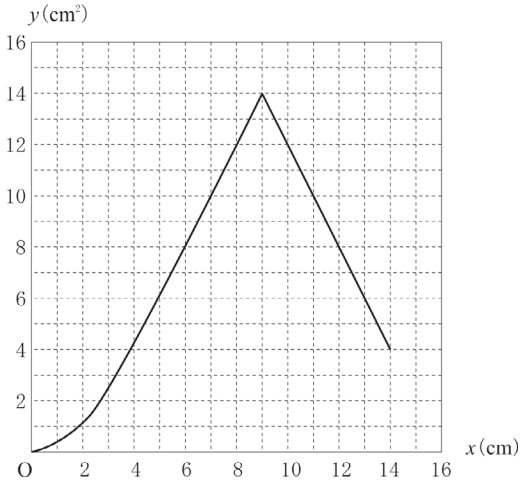
	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-二形-N-03	3	問１	(1)				
			(2)	ア	$y=$		
				イ			
				ウ	$y=$		
				図３  		
		問２					

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-43-正形-K-04	4	問1	〔証明〕			
		問2	(1)	cm		
			(2)	cm^3		

Ｒ５　山形県　公立　数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-23-公-山形-K01	1	問１	(1)	4	3	
			(2)	$-\frac{1}{10}$	4	
			(3)	$-18a$	4	
			(4)	$1-\sqrt{7}$	4	
		問２	$(x-7)(x+2)=-9x-13$ (例) $x^2+2x-7x-14=-9x-13$ $x^2+4x-1=0$ $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$ $=\frac{-4\pm\sqrt{20}}{2}$ $=\frac{-4\pm2\sqrt{5}}{2}$ $=-2\pm\sqrt{5}$ 答　$x=-2\pm\sqrt{5}$		5	
		問３	25		4	
		問４	エ		4	
		問５	イ		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-正形-K02	2	問1	(1)	6	4	
			(2)	$\frac{2}{7} \leqq b \leqq 2$	4	
		問2	記号　イ 〔理由〕 (例) 2個とも白玉が出る確率は，純さんが$\frac{2}{9}$，友子さんが$\frac{1}{4}$であり，友子さんのほうが純さんより大きいから。		6	
		問3	(1)	(例) 商品Aの箱の数をx箱とする。 $8x+12\times10=12(40-x-10)+15\times10-50$ (例) 商品Aの箱の数をx箱，商品Bの箱の数をy箱とする。 $\begin{cases} x+y+10=40 \\ 8x+12\times10=12y+15\times10-50 \end{cases}$	6	
			(2)	256　個	4	
		問4			5	

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-23-公-正形-K03	3	問1	(1)	1		3	
			(2)	ア	$y=\frac{1}{4}x^2$	3	
				イ	9	3	
				ウ	$y=-2x+32$	3	
				図3  		4	
		問2	$\frac{20}{3}$			4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-23-公-正形-K04	4	問１	〔証明〕 (例) △AGC と△CED において 仮定より AC＝CD　…… ① AC // ED で，同位角は等しいから ∠ACG＝∠EDB＝90 °　…… ② ②より，∠CDE＝90 ° よって，∠ACG＝∠CDE　…… ③ △AFC は∠AFC＝90 °の直角三角形だから ∠CAG＝90 °－∠ACF　…… ④ また，∠DCE＝∠ACG－∠ACF ＝90 °－∠ACF　…… ⑤ ④，⑤より ∠CAG＝∠DCE　…… ⑥ ①，③，⑥より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので △AGC≡△CED		9	
		問２	(1)	$\frac{10}{3}$ cm	5	
			(2)	30π cm^3	5	

〔注意〕この採点基準によって処理しがたい細部については，各学校で適正な基準を設けること。

数-23-公-山形-KS-01

1　【小問集合】

問１　**(4)** $(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+3)-\sqrt{28}=(\sqrt{7})^2+(-2+3)\times\sqrt{7}+(-2)\times3-\sqrt{2^2\times7}=7+\sqrt{7}-6-2\sqrt{7}$
$=1-\sqrt{7}$

問３　$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=(23-18)^2=5^2=25$

問４　①　箱ひげ図において，中央値は箱の仕切りで表される。よって，中央値は，山形市のほうが，酒田市より大きいから，正しい。

②　箱ひげ図において，四分位範囲は箱の長さで表される。よって，四分位範囲がもっとも大きいのは，山形市だから，正しくない。

③　30 日分のデータを小さい方から順に並べたとき，第 3 四分位数は 23 番目であり，それより後には 7 日分のデータがある。よって，山形市，新庄市，米沢市はすべて第 3 四分位数が 21℃より大きいから，21℃より大きい日数は少なくとも 8 日である。それに対して，酒田市は第 3 四分位数が 21℃より小さいから，21℃より大きい日数は多くても 7 日である。したがって，21℃以上の日数がもっとも少ないのは，酒田市だから，正しくない。

以上のことから，①が○，②が×，③が×なので，**エ**が答え。

ポイント≫四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…**(1)**第 2 四分位数(中央値)，**(2)**第 1 四分位数，**(3)**第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

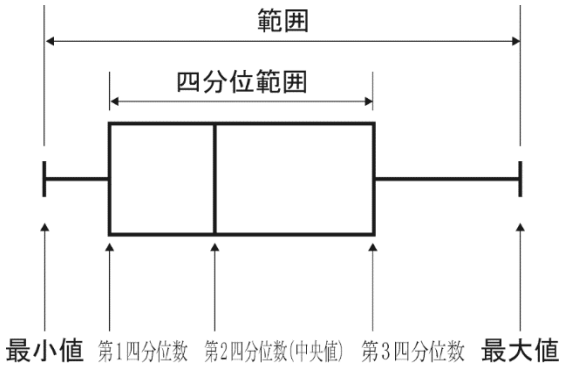
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

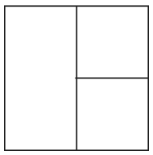
③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問５　**イ**の立体の立面図は**図１**のとおり。

図１

イ

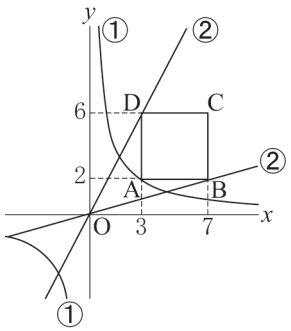


2 【小問集合】

問1 **(1)** 2 点 A，B の y 座標は等しいから，点 A の y 座標は 2 である。点 A(3，2)は関数 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にあるから，$2=\frac{a}{3}$　　$a=6$

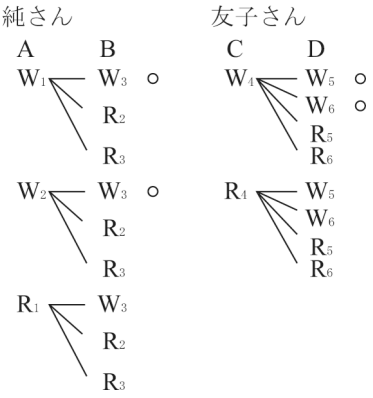
(2) AB＝7－3＝4 より，AD＝4
点 D の y 座標は 2＋4＝6 だから，D(3，6)
b は関数 $y=bx$ のグラフの傾きだから，**図1** のように，b の値は，
グラフが点 D(3，6)を通るときにもっとも大きく，$b=\frac{6}{3}=2$，
点 B(7，2)を通るときにもっとも小さく，$b=\frac{2}{7}$ となる。
よって，b のとる値の範囲は，$\frac{2}{7}\leqq b\leqq 2$

図1



問2 **図2** のように，4 つの箱に入った玉に名前をつけると，純さん，友子さんそれぞれの 2 個の玉の取り出し方は，**図2** のような樹形図で表される。なお，2 個とも白玉が出る場合には○印をつけている。

図2



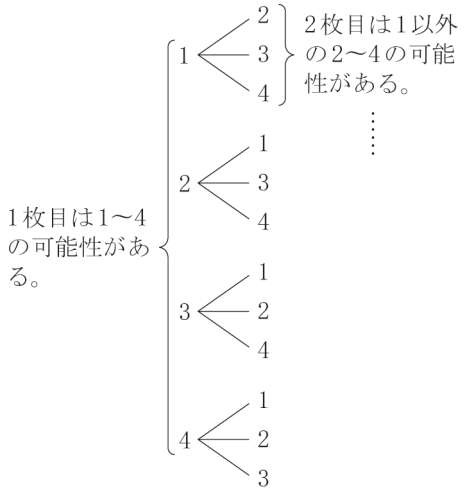
ポイント》確率の求め方

① 問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



問4 「∠BPD の大きさが，∠BAD の大きさの半分」になるような点 P をとるには，中心を A，半径を AB，AD とする円をかき，円周角の定理を利用すればよい。なお，∠BPD が 90°より小さくなるためには，∠BAD を 180°より小さい方でとらえる必要がある。

数-23-公-山形-KS-03

3 【関数の利用，平面図形】

図1のように，四角形 ABCD の頂点 A，D から辺 BC にそれぞれ垂線 AE，DF をひく。

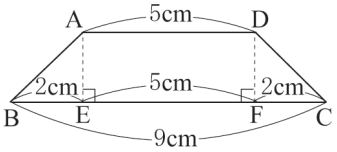
AD＝EF＝5 cm だから，BE＝CF＝(9－5)÷2＝2 (cm)

∠ABE＝45°より，△ABE は直角二等辺三角形だから，

AE＝BE＝2 cm

よって，四角形 ABCD の面積は，$(5+9)\times 2\times\frac{1}{2}=14\,(\mathrm{cm}^2)$

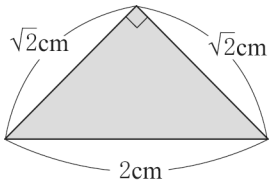
図1



問1 **(1)** $x=2$ のとき，重なっている部分は**図2**のような直角二等辺三角形となるので，直角をはさむ等辺の長さは，$\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ (cm)である。

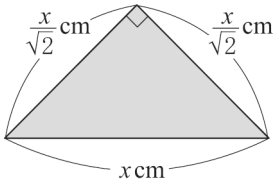
よって，その面積は，$(\sqrt{2})^2\times\frac{1}{2}=1\,(\mathrm{cm}^2)$　すなわち，$y=1$

図2



(2) ［ア］　$0\leqq x\leqq 4$ のとき，重なっている部分は**図3**のような直角二等辺三角形となるので，直角をはさむ等辺の長さは，$\frac{x}{\sqrt{2}}$ cm である。よって，その面積は，$y=\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2\times\frac{1}{2}$　　$y=\frac{1}{4}x^2$

図3



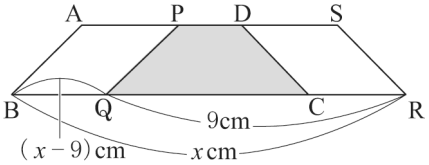
［イ］　$4\leqq x$ のとき，重なっている部分は台形になり，$x=9$ になるまで重なっている部分の面積は増加する。

［ウ］　$9\leqq x\leqq 14$ のとき，重なっている部分は**図4**のような台形となる。よって，その面積は，

(四角形 ABCD)－□ABQP＝14－(x－9)×2＝－2x＋32

$y=-2x+32$

図4



問2　重なっている部分の面積は $y\,\mathrm{cm}^2$ なので，重なっていない部分の面積は，$(14-y)\,\mathrm{cm}^2$

重なっている部分の面積が，重なっていない部分の面積の 2 倍となるのは，$y=2(14-y)$より，

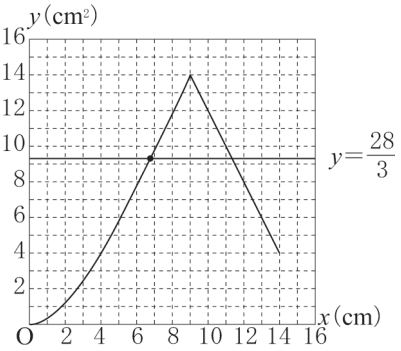
$y=\frac{28}{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ のときである。

問1の**(2)**でかいたグラフに，直線 $y=\frac{28}{3}$ をかき加えると，**図5**のようになる。グラフの交点のうち，x 座標が最も小さい点の x 座標を求めればよいので，$4\leqq x\leqq 9$ のとき，

$2x-4=\frac{28}{3}$ より，$x=\frac{20}{3}$

これは，$4\leqq x\leqq 9$ を満たす。

図5



数-23-公-山形-KS-04

4 【平面図形，空間図形】

問2 **(1)** AC＝CD＝10 cm だから，BD＝BC－CD＝5 cm

AC // ED だから，△ABC で平行線と線分の比より，ED：AC＝BD：BC　　ED：10＝5：15

$\mathrm{ED}=\frac{10}{3}$ cm

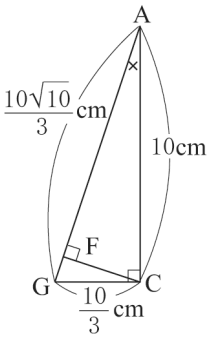
(2) 問1より，△AGC≡△CED だから，$GC=ED=\frac{10}{3}$ cm

△AGC で三平方の定理より，$AG^2=GC^2+AC^2=\left(\frac{10}{3}\right)^2+10^2=\frac{1000}{9}$

$AG>0$ より，$AG=\frac{10\sqrt{10}}{3}$ cm

図1のように，∠GAC＝∠CAF，∠ACG＝∠AFC より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△AGC∽△ACF

図1



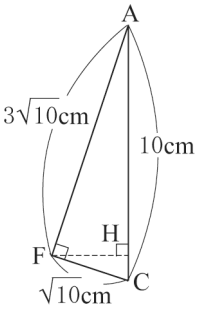
相似比は，$AG:AC=\frac{10\sqrt{10}}{3}:10=\sqrt{10}:3$ だから，

$AC:AF=\sqrt{10}:3$　　$AF=\frac{3}{\sqrt{10}}AC=3\sqrt{10}$ (cm)

$GC:CF=\sqrt{10}:3$　　$CF=\frac{3}{\sqrt{10}}GC=\sqrt{10}$ (cm)

図2のように，△ACF において，頂点 F から辺 AC に垂線 FH をおろす。

図2

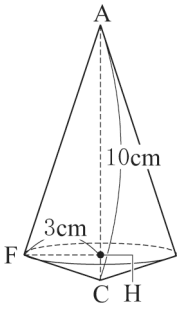


$\triangle ACF=\frac{1}{2}\times CF\times AF=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times 3\sqrt{10}=15(cm^2)$,

$\triangle ACF=\frac{1}{2}\times AC\times FH=5FH$ だから，$5FH=15$　　$FH=3$cm

△AFC を，直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体は，**図3**のような，円錐を 2 つ組み合わせた立体である。2 つの円錐の共通な底面である円の中心は**図2**の H であるから，回転体の体積は，

図3



$\pi\times FH^2\times AH\times\frac{1}{3}+\pi\times FH^2\times CH\times\frac{1}{3}$

$=\pi\times FH^2\times\frac{1}{3}\times(AH+CH)=\pi\times 3^2\times\frac{1}{3}\times AC=3\pi\times 10=30\pi(cm^3)$