Ｒ６　山形県　公立　数学　問題

数-24-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1)　$-9-(-6)+2$

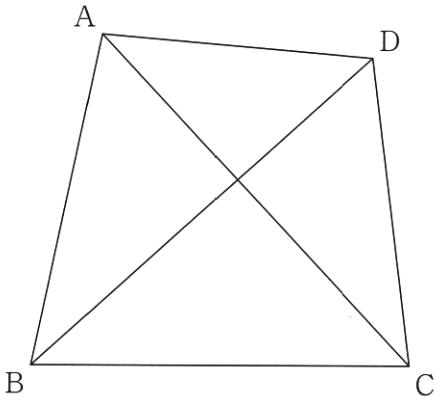
(2)　$\left(-\frac{7}{6}+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{9}{5}\right)$

(3)　$10xy^2\div 8x^2y\times(-4x^2)$

(4)　$\sqrt{27}+\frac{3}{\sqrt{3}}$

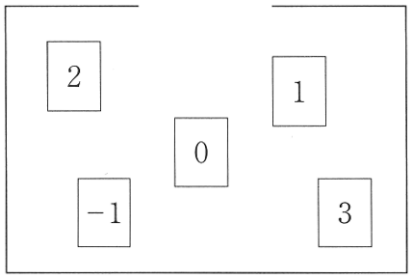
問２　2 次方程式 $(2x-1)(2x+1)=-4x$ を解きなさい。解き方も書くこと。

問３　下の図のように，四角形 ABCD があり，∠ACD＝36°，∠BDC＝55°，∠CAD＝42° である。4 点 A，B，C，D が 1 つの円周上にあるとき，∠ACB の大きさを求めなさい。



問４　下の図のように，箱の中に，整数の，-1，0，1，2，3 を 1 つずつ書いた 5 枚のカードが入っている。この箱からカードを 1 枚取り出し，それを箱にもどしてかき混ぜ，また 1 枚取り出す。このとき，はじめに取り出したカードに書かれた整数と，次に取り出したカードに書かれた整数の積が自然数になる確率として適切なものを，あとの**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

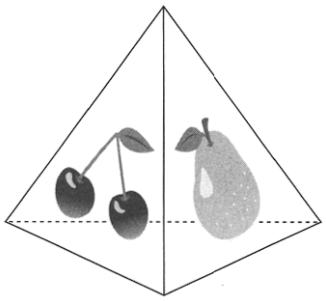
ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



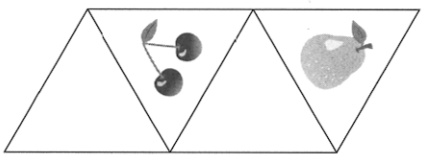
ア　$\frac{3}{10}$　　**イ**　$\frac{9}{25}$　　**ウ**　$\frac{2}{5}$　　**エ**　$\frac{19}{25}$

問５　右の図は，正四面体であり，2 つの面の表面には，さくらんぼの絵，西洋なしの絵が，それぞれかかれている。また，残りの面には，何もかかれていない。

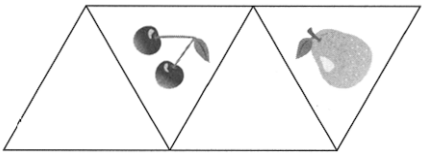
この正四面体を，絵がかかれている面を表（おもて）にして開いたときの展開図として最も適切なものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。



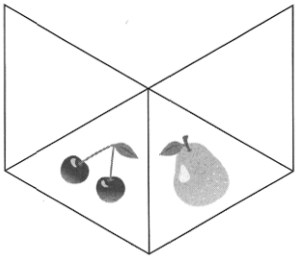
ア



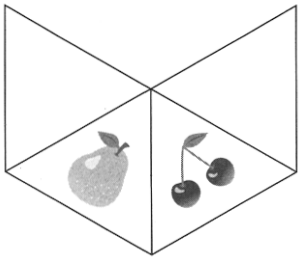
イ



ウ



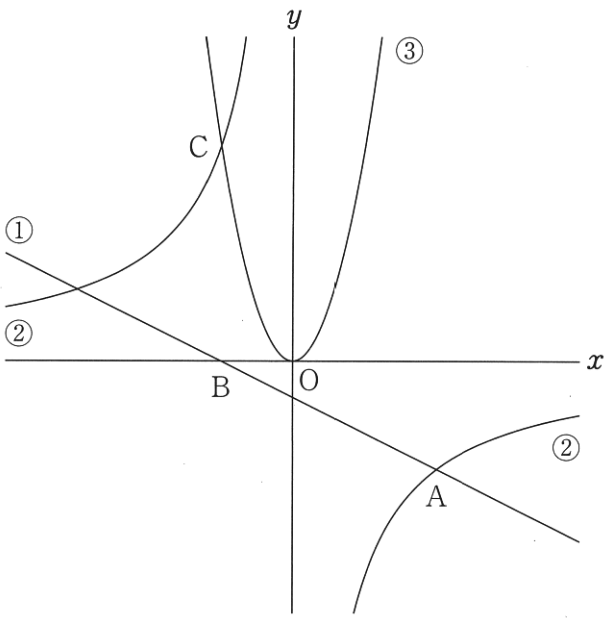
エ



2 次の問いに答えなさい。

問１ 右の図において，①は関数 $y=-\frac{1}{2}x-1$ のグラフ，②は反比例のグラフ，③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

①と②との交点のうち，x 座標が正である点を A とすると，点 A の x 座標は 4 である。また，①と x 軸との交点を B，②と③との交点を C とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=-\frac{1}{2}x-1$ について，x の増加量が 6 のときの y の増加量を求めなさい。

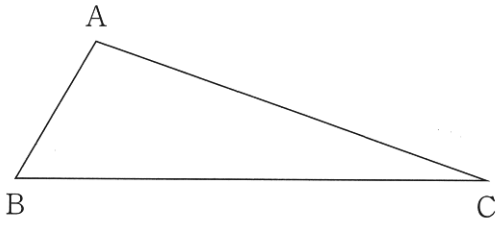
(2) 2 点 B，C の x 座標が等しいとき，a の値を求めなさい。

問２ あとの図のように，△ABC がある。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

① 点 P は，辺 AC の中点と点 B の 2 点を通る直線上にある。
② 点 P は，△ABC の内部にあり，BA＝BP である。



問３　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

ある地域には，A 山，B 山という 2 つの山があります。昨年度の 7 月に，A 山を訪れた人数と B 山を訪れた人数は合わせて 14700 人でした。今年度の 7 月は，昨年度の 7 月と比べて，A 山を訪れた人数は 1.2 倍になり，B 山を訪れた人数は 1.1 倍になったため，合わせて 2460 人増えました。今年度の 7 月に A 山を訪れた人数は何人ですか。

(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。どの数量を文字で表すかを示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 今年度の 7 月に A 山を訪れた人数を求めなさい。

問４　下の**表**は，A 中学校の生徒 80 人と B 中学校の生徒 100 人の 1 日あたりの食事時間を，度数分布表に表したものである。

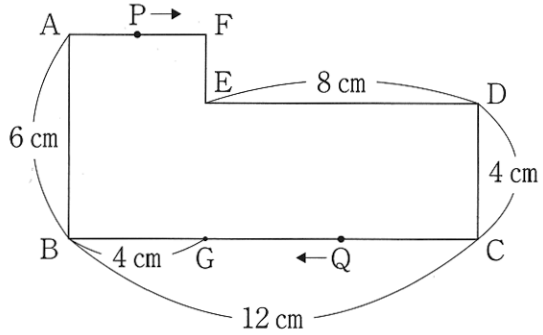
和香さんは，度数分布表から，1 日あたりの食事時間が 90 分未満の生徒の割合は，A 中学校のほうが B 中学校よりも大きいと判断した。和香さんがそのように判断した理由を，累積相対度数に着目し，数値を示しながら説明しなさい。

表

階級（分）	度数（人）	
	A中学校	B中学校
以上　未満		
30 ～ 60	4	3
60 ～ 90	32	40
90 ～ 120	33	45
120 ～ 150	10	11
150 ～ 180	1	1
計	80	100

3 図１のように，大きな長方形から小さな長方形を切り取った形をした図形があり，AB＝6 cm，BC＝12 cm，CD＝4 cm，DE＝8 cm である。また，点 G は辺 BC 上にあって，BG＝4 cm である。点 P は，A を出発し，毎秒 1 cm の速さで，辺 AF，FE，ED の順に辺上を動き，D に到着したところで停止する。点 Q は，点 P と同時に C を出発し，毎秒 2 cm の速さで，線分 CG 上を動き，G に到着したところで停止する。このとき，それぞれの問いに答えなさい。

図１



問１　図２のように，3 点 B，P，Q を結び，△BPQ をつくる。点 P が A を出発してから x 秒後の△BPQ の面積を y cm^2 として，点 P，Q がどちらも停止するまでの x と y の関係を表にかきだしたところ，表１のようになった。あとの問いに答えなさい。

図２

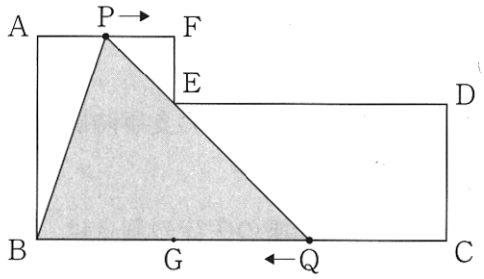


表１

x	0	…	4	…	14
y	36	…	12	…	8

(1) x＝3 のときの y の値を求めなさい。

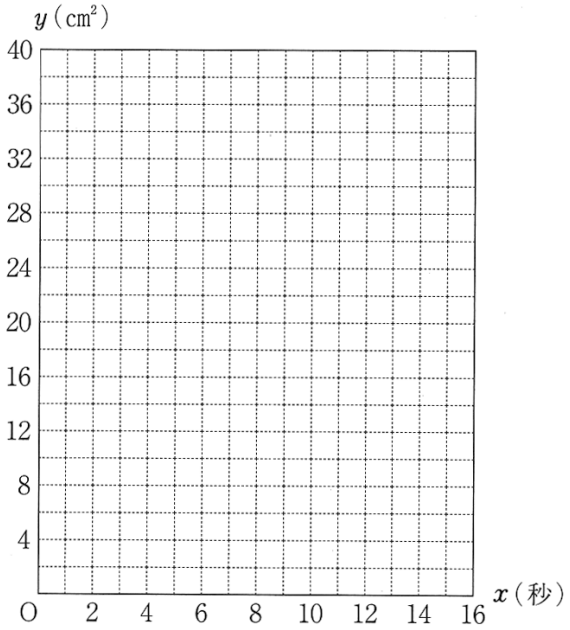
(2) **表２**は，点 P，Q がどちらも停止するまでの x と y の関係を式に表したものである。［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図３**にかきなさい。

表２

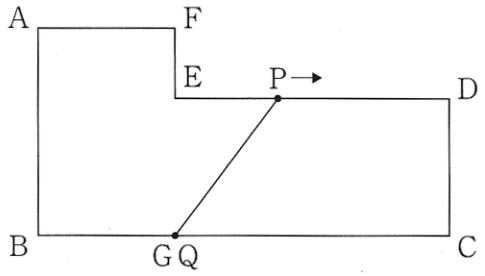
x の変域	式
$0 \leqq x \leqq 4$	$y =$ ［ア］
$4 \leqq x \leqq$ ［イ］	$y =$ ［ウ］
［イ］$\leqq x \leqq 14$	$y = 8$

図３



問２　**図４**のように，点 P が辺 ED 上にあるとき，点 P と Q を結ぶ。

図４

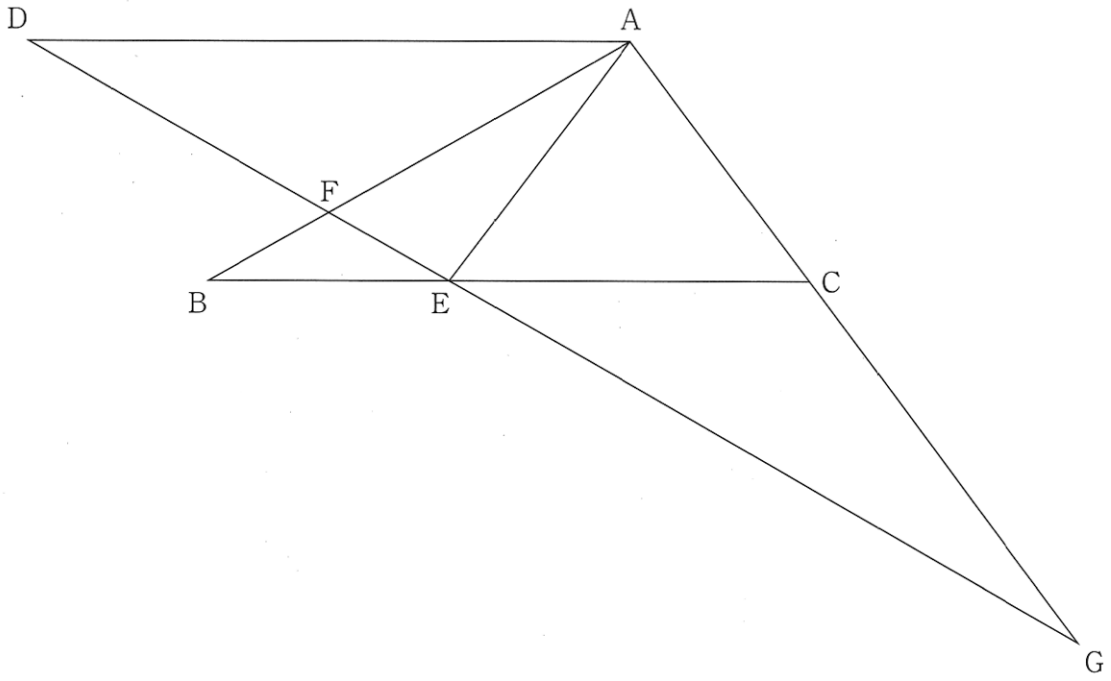


次は，点 P が辺 ED 上にあるときにわかることを表したものである。［エ］，［オ］にあてはまる数を，それぞれ書きなさい。

線分 PQ が，**図１**の図形の面積を 2 等分するのは，点 P が A を出発してから［エ］秒後であり，このときの PQ の長さは，［オ］cm である。

数-24-公-山形-問-04

4 下の図のように，AC＝5 cm，BC＝10 cm の△ABC があり，∠ACB の大きさは 90° より小さいものとする。点 D を，直線 AB について点 C と反対側に，BC＝DA，BC // DA となるようにとる。また，点 E を，辺 BC 上に，∠ACB＝∠AEC となるようにとる。直線 DE と直線 AB，AC との交点をそれぞれ F，G とする。このとき，あとの問いに答えなさい。



問１　△ABC≡△EDA であることを証明しなさい。

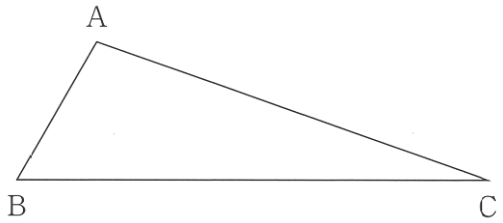
問２　BE＝4 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

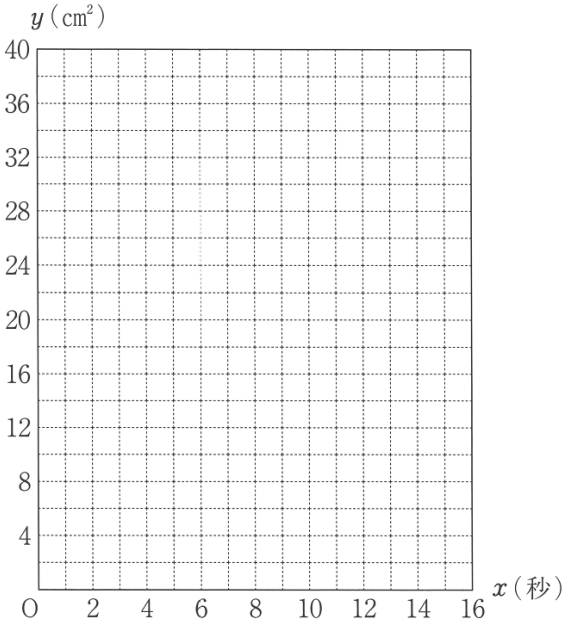
(1) CG の長さを求めなさい。

(2) △AFE の面積を求めなさい。

Ｒ６　山形県　公立　数学　解答用紙

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-山形-KY-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$(2x-1)(2x+1)=-4x$ 答			
		問３				
		問４				
		問５				

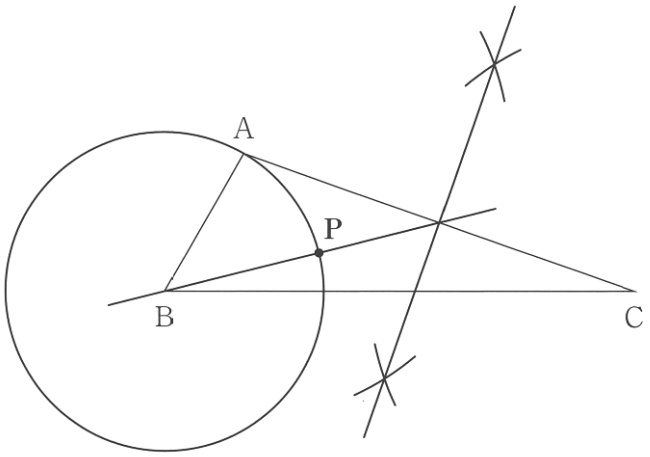
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-山形-KY-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２				
		問３	(1)			
			(2)	人		
		問４				

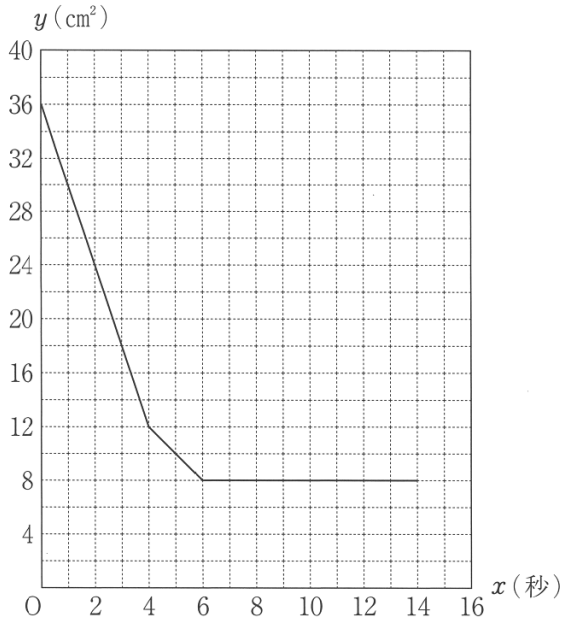
	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-24-公-□形-KY-03	3	問１	(1)				
			(2)	ア	$y=$		
				イ			
				ウ	$y=$		
				図３  		
		問２	エ				
			オ				

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-コ形-KY-04	4	問１	〔証明〕			
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^2		

数学　解答

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-山形-A-01	1	問１	(1)	-1	3	
			(2)	$\frac{3}{4}$	4	
			(3)	$-5xy$	4	
			(4)	$4\sqrt{3}$	4	
		問２	$(2x-1)(2x+1)=-4x$ (例) $4x^2-1=-4x$ $4x^2+4x-1=0$ $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times4\times(-1)}}{2\times4}$ $=\frac{-4\pm\sqrt{32}}{8}$ $=\frac{-4\pm4\sqrt{2}}{8}$ $=\frac{-1\pm\sqrt{2}}{2}$ 答　$x=\frac{-1\pm\sqrt{2}}{2}$		5	
		問３	47°		4	
		問４	ウ		4	
		問５	ア		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-コ形-ネ-02	2	問１	(1)	-3	4	
			(2)	$\frac{3}{2}$	4	
		問２			5	
		問３	(1)	(例) 昨年度の７月にＡ山を訪れた人数を x 人とする。 $1.2x+1.1(14700-x)=14700+2460$ (例) 昨年度の７月にＡ山を訪れた人数を x 人，昨年度の７月にＢ山を訪れた人数を y 人とする。 $\begin{cases} x+y=14700 \\ 1.2x+1.1y=14700+2460 \end{cases}$	6	
			(2)	11880　人	4	
		問４	(例) １日あたりの食事時間が 90 分未満の生徒の累積相対度数は，Ａ中学校が 0.45，Ｂ中学校が 0.43 であり，Ａ中学校のほうが大きいから。		5	

	問題番号		解答			配点	備考
数-24-公-山形-木-03	3	問１	(1)	18		3	
			(2)	ア	$y=-6x+36$	3	
				イ	6	3	
				ウ	$y=-2x+20$	3	
				図３  	4	
		問２	エ	8		3	
			オ	$2\sqrt{5}$		3	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-山形-大-04	4	問１	〔証明〕 (例) △ABC と△EDA において 仮定より BC＝DA　…… ① ∠ACB＝∠AEC　…… ② ②より，△AEC は二等辺三角形だから AC＝EA　…… ③ BC // DA で，錯角は等しいから ∠EAD＝∠AEC　…… ④ ②，④より ∠ACB＝∠EAD　…… ⑤ ①，③，⑤より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので △ABC≡△EDA		9	
		問２	(1)	$\frac{15}{2}$ cm	4	
			(2)	$\frac{40}{7}$ cm^2	5	

〔注意〕この採点基準によって処理しがたい細部については，各学校で適正な基準を設けること。

数-24-公-山形-KS-01

1　【小問集合】

問１　(2) $\left(-\frac{7}{6}+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{9}{5}\right)=\left(-\frac{14}{12}+\frac{9}{12}\right)\times\left(-\frac{9}{5}\right)=-\frac{5}{12}\times\left(-\frac{9}{5}\right)=\frac{3}{4}$

問３　△ACD において，∠ADB＝180°－(42°＋55°＋36°)＝47°

円周角の定理より，∠ACB＝∠ADB＝47°

問４　取り出した２枚のカードに書かれた整数の組み合わせと，その積を表にまとめると，**表１**のようになる。全 25 通りのうち，積が自然数になるのは，色のついたマスより 10 通りだから，求める確率は，$\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$ である。

表１

＼	−1	0	1	2	3
−1	1	0	−1	−2	−3
0	0	0	0	0	0
1	−1	0	1	2	3
2	−2	0	2	4	6
3	−3	0	3	6	9

問５　正四面体の展開図として**ウ**と**エ**は誤りである。よって，絵の向きから**ア**が正しい展開図である。

数-24-公-山形-KS-02

2　【小問集合】

問１　(1) 関数 $y=-\frac{1}{2}x-1$ は１次関数だから，変化の割合はつねに一定で $-\frac{1}{2}$ である。

よって，変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ より，y の増加量＝(変化の割合)×(x の増加量)＝$-\frac{1}{2}\times6=-3$

ポイント》変化の割合

変化の割合とは，x の値が増加したときに，y の値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

［定義］変化の割合＝$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

・直線のグラフ(比例 $y=ax$，一次関数 $y=ax+b$)

→ 変化の割合は一定で，定数 a の値に等しい。

・曲線のグラフ(反比例 $y=\frac{a}{x}$，関数 $y=ax^2$)

→ 変化の割合は区間により変化するため，［定義］を利用して計算する必要がある。

※なお，関数 $y=ax^2$ において，x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ で求められる。

(2) 点 B は，関数 $y=-\frac{1}{2}x-1$ のグラフと x 軸との交点だから，$y=0$ を代入して，$0=-\frac{1}{2}x-1$ より，$x=-2$　　よって，B(−2，0) だから，点 C の x 座標も−2 である。

また，点 A は x 座標が 4 で，関数 $y=-\frac{1}{2}x-1$ のグラフ上にあるから，$x=4$ を代入して，

$y=-\frac{1}{2}\times4-1=-3$　　よって，A(4，−3) である。

②は反比例のグラフだから，その式は $y=\frac{b}{x}$ と表される。②は A(4，−3)を通るから，$-3=\frac{b}{4}$ より，

$b=-12$　　よって，②の式は $y=-\frac{12}{x}$ である。

点 C は②上にあるから，$y=-\frac{12}{x}$ に $x=-2$ を代入して，$y=-\frac{12}{-2}=6$　　よって，C(−2，6)

さらに，C(−2，6) は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあるから，$6=a\times(-2)^2$ より，$a=\frac{3}{2}$

問２　辺 AC の中点は，線分 AC の垂直二等分線を作図することで求められる。
また，BA＝BP となる点 P は，点 B を中心とする半径 BA の円上にある。

問３　(2) (1)でつくった 1 次方程式または連立方程式を解くと，昨年度の 7 月に A 山を訪れた人数は $x=9900$ と求められる。よって，今年度の 7 月に A 山を訪れた人数は，その 1.2 倍だから，$9900\times1.2=11880$(人) である。

問４　1 日あたりの食事時間が 90 分未満の生徒の累積度数は，A 中学校が 4＋32＝36(人)，B 中学校が 3＋40＝43 (人) である。よって，累積相対度数は，A 中学校が$\dfrac{36}{80}=0.45$，B 中学校が$\dfrac{43}{100}=0.43$ である。

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体（度数の合計）と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

数-24-公-山形-KS-03

3　【関数の利用，平面図形】

問１　(1) $x=3$ のとき，点 Q が移動した距離は，CQ＝2×3＝6(cm) だから，

BQ＝BC－CQ＝12－6＝6(cm)　　よって，$y=\text{BQ}\times\text{AB}\times\dfrac{1}{2}=6\times6\times\dfrac{1}{2}=18$

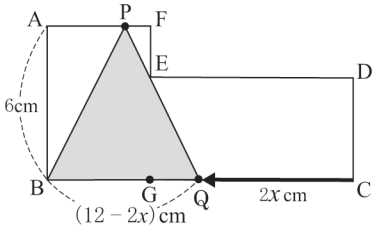
(2) 点 P が点 F に到着するのは，AF＝4 cm より，4÷1＝4(秒後)，点 E に到着するのは，AF＋FE＝6(cm) より，6÷1＝6(秒後)，点 D に到着するのは，AF＋FE＋ED＝14(cm) より，14÷1＝14(秒後) である。また，点 Q が点 G に到着するのは，CG＝8 cm より，8÷2＝4(秒後) である。以上のことから，y の値の変化は，$0\leqq x\leqq4$，$4\leqq x\leqq6$，$6\leqq x\leqq14$ の 3 つの場合に分けて考える必要があるとわかる。

$0\leqq x\leqq4$ のとき，△BPQ は**図１**のようになる。

CQ＝$2x$ cm より，BQ＝$(12-2x)$ cm だから，

$y=\text{BQ}\times\text{AB}\times\dfrac{1}{2}=(12-2x)\times6\times\dfrac{1}{2}=-6x+36$

図１



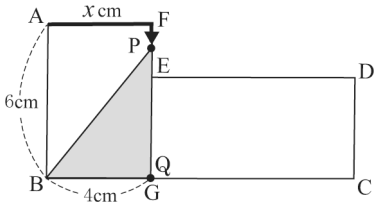
$4\leqq x\leqq6$ のとき，△BPQ は**図２**のようになる。

BQ＝BG＝4 cm，AF＋FP＝x(cm) より，

PQ＝(AF＋FQ)－(AF＋FP)＝(4＋6)－x＝10－x(cm) だから，

$y=\text{BQ}\times\text{PQ}\times\dfrac{1}{2}=4\times(10-x)\times\dfrac{1}{2}=-2x+20$

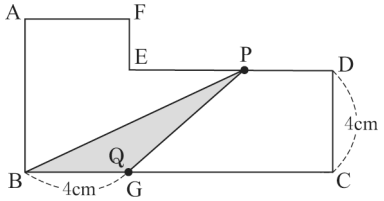
図２



$6\leqq x\leqq14$ のとき，△BPQ は**図３**のようになるから，

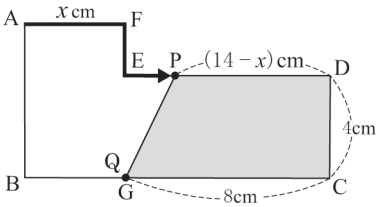
$y=\text{BQ}\times\text{DC}\times\dfrac{1}{2}=4\times4\times\dfrac{1}{2}=8$

図３



問２　六角形 ABCDEF の面積は，$6\times4+4\times8=56(\text{cm}^2)$だから，線分 PQ がその面積を 2 等分するのは，台形 PQCD の面積が $56\times\frac{1}{2}=28(\text{cm}^2)$ となるときである。

図４



点 P が辺 ED 上にあるのは，　$6\leqq x\leqq14$ のときであり，そのときの図は**図４**のようになる。

AF＋FE＋EP＝x(cm) より，

PD＝(AF＋FE＋ED)－(AF＋FE＋EP)＝(4＋2＋8)－x

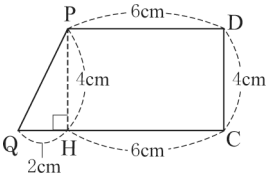
＝14－x(cm) だから，台形 PQCD の面積は，

$(\text{PD}+\text{CQ})\times\text{DC}\times\frac{1}{2}=\{(14-x)+8\}\times4\times\frac{1}{2}=-2x+44(\text{cm}^2)$

よって，$-2x+44=28$ より，$x=8$(秒後)

また，このときの台形 PQCD について，頂点 P から辺 CQ に垂線 PH をおろすと，各線分の長さは**図５**のようになる。

図５



よって，△PQH で三平方の定理より，$\text{PQ}^2=\text{PH}^2+\text{QH}^2=4^2+2^2=20$

PQ＞0 より，$\text{PQ}=2\sqrt{5}$(cm)

数-24-公-山形-KS-04

4　【平面図形】

問２　(1) BC＝DA＝10 cm，EC＝BC－BE＝10－4＝6(cm)

BC // DA より，平行線と線分の比の性質から，CG : AG＝EC : DA＝6 : 10＝3 : 5

すなわち，CG : AC＝3 : (5－3)＝3 : 2 より，$\text{CG}=\frac{3}{2}\text{AC}=\frac{3}{2}\times5=\frac{15}{2}$(cm)

(2) **問１**より，△ABC≡△EDA だから，AC＝EA＝5 cm　　よって，△AEC は二等辺三角形である。

図１のように，二等辺三角形 AEC の頂点 A から底辺 EC に垂線 AH をおろすと，$\text{EH}=\frac{1}{2}\text{EC}=6$(cm)

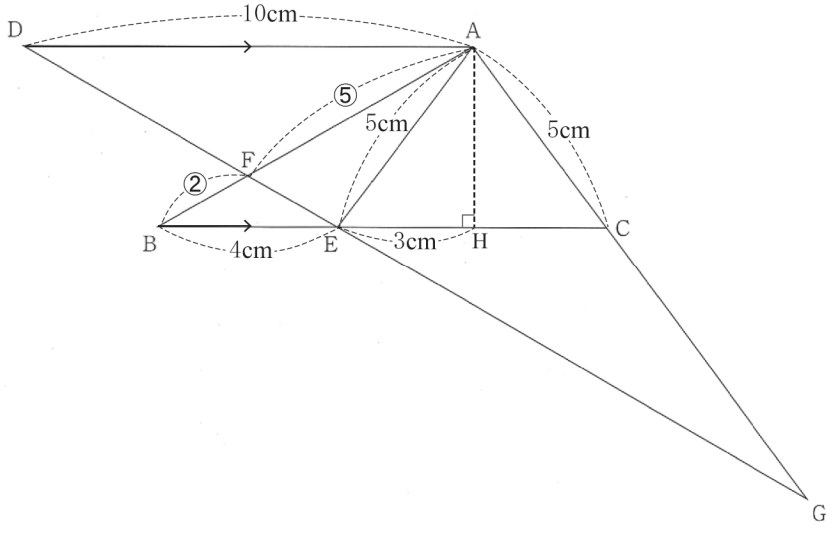
△AEH で三平方の定理より，$\text{AH}^2=\text{AE}^2-\text{EH}^2=5^2-3^2=16$　　AH＞0 より，AH＝4(cm)

よって，$\triangle\text{ABE}=\text{BE}\times\text{AH}\times\frac{1}{2}=4\times4\times\frac{1}{2}=8(\text{cm}^2)$

DA // BE より，平行線と線分の比の性質から，AF : FB＝DA : BE＝10 : 4＝5 : 2 だから，

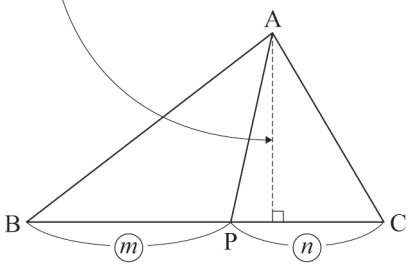
$\triangle\text{AFE}=\frac{5}{5+2}\triangle\text{ABE}=\frac{5}{7}\times8=\frac{40}{7}(\text{cm}^2)$

図１



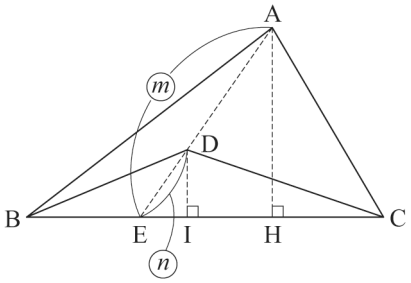
ポイント》面積比は３パターン！

① 高さが共通→底辺の比＝面積比



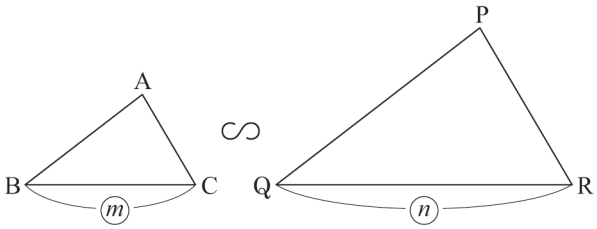
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2