R７　山形県　公立　数学　問題

数-25-公-山形-問-01

1　次の問いに答えなさい。

問１　次の式を計算しなさい。

(1) $4-(3-7)$

(2) $\frac{2}{3}+\frac{5}{2}\div\left(-\frac{9}{4}\right)$

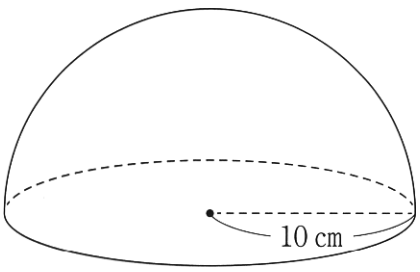
(3) $(18a^2b-12ab)\div(-6ab)$

(4) $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-4)+\sqrt{18}$

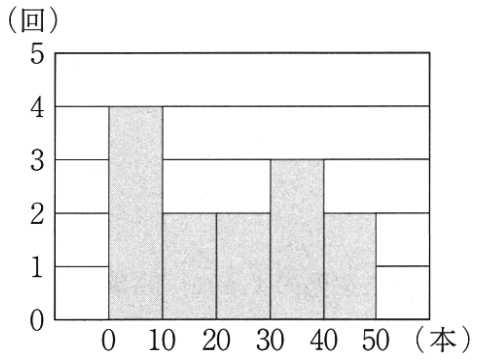
問２　2 次方程式 $(2x-1)^2=5x-1$ を解きなさい。解き方も書くこと。

問３　$\sqrt{225-n}$ の値が整数となるような自然数 n の個数を求めなさい。

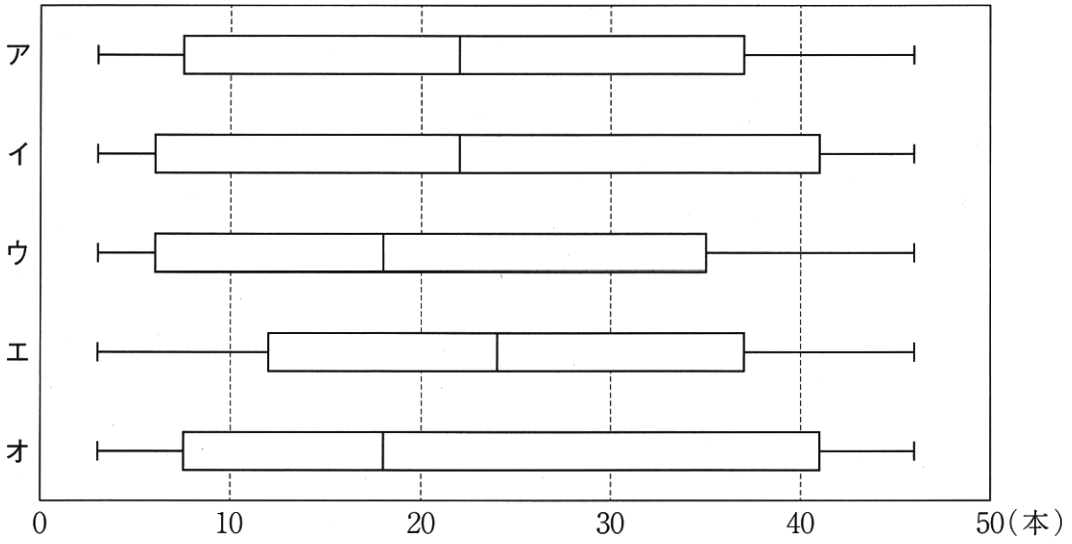
問４　下の図の立体は，半径が 10 cm の半球である。この立体の表面積を求めなさい。なお，円周率はπとする。



問5　右の図は，ある野球選手が 1 年間に打ったホームランの本数の 13 年分の記録を，ヒストグラムに表したものである。このヒストグラムから，たとえば，記録が 0 本以上 10 本未満の階級に入る年は 4 回であることがわかる。



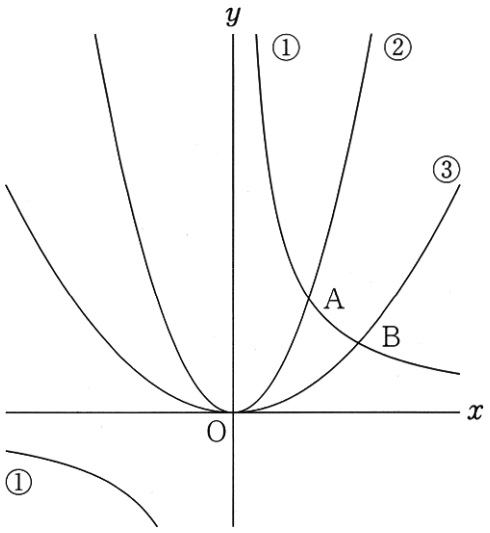
　このヒストグラムをつくるのにもとにした記録を，箱ひげ図に表したものとして最も適切なものを，次の**ア**～**オ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。



2 次の問いに答えなさい。

問1 右の図において，①は関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフ，③は関数 $y=bx^2$ のグラフである。

①と②，③との交点を，それぞれ A，B とする。点 A の x 座標が 2 で，点 B の x 座標が 2 より大きいとき，次の問いに答えなさい。



(1) 関数 $y=\frac{6}{x}$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) 1，a，b の関係を表す不等式として最も適切なものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア $1<a<b$　　**イ** $a<b<1$

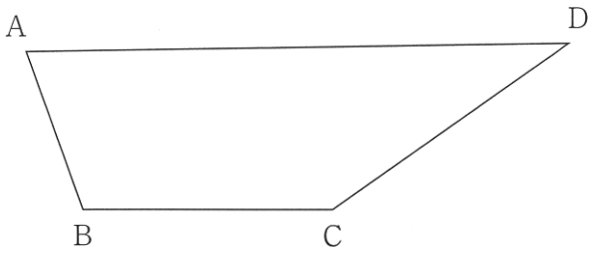
ウ $b<1<a$　　**エ** $b<a<1$

問2 あとの図のように，四角形 ABCD がある。下の【条件】の①，②をともにみたす点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし，作図に使った線は残しておくこと。

【条件】

①	点 P は，直線 AB と直線 BC から等しい距離にあり，直線 BC の上側の点である。
②	線分 PC の長さは，線分 PD の長さと等しい。



問３　次の問題について，あとの問いに答えなさい。

〔問題〕

そば粉と小麦粉が，それぞれ 3000 g ずつあります。下の**表**は，そばとうどんを，それぞれ 5 人分作るために必要なそば粉と小麦粉の量を示したものです。この**表**をもとにして，そばとうどんを合わせて 58 人分作ったところ，すべての小麦粉を使いましたが，そば粉は残りました。残ったそば粉の量は何 g ですか。

表

そば (5 人分)	うどん (5 人分)
そば粉 400 g 小麦粉 100 g	小麦粉 500 g

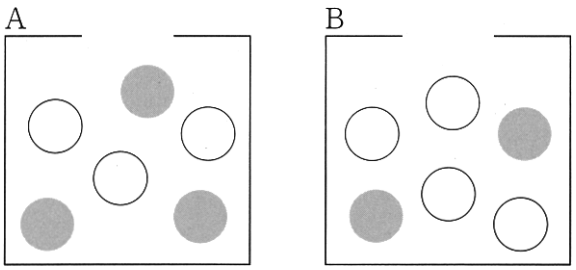
(1) この問題を解くのに，方程式を利用することが考えられる。どの数量を文字で表すかを示し，問題にふくまれる数量の関係から，1 次方程式または連立方程式のいずれかをつくりなさい。

(2) 残ったそば粉の量を求めなさい。

問４　下の図のように，A の箱の中には，赤玉 3 個と白玉 3 個，B の箱の中には，赤玉 2 個と白玉 4 個が，それぞれ入っている。

A の箱から 1 個の玉を取り出し，赤玉が出ると景品をもらえるゲーム S と，B の箱から 2 個の玉を同時に取り出し，少なくとも 1 個は赤玉が出ると景品をもらえるゲーム T の，2 つのゲームがある。このとき，景品をもらいやすいのは，ゲーム S とゲーム T のどちらであるかを，確率を使って説明しなさい。

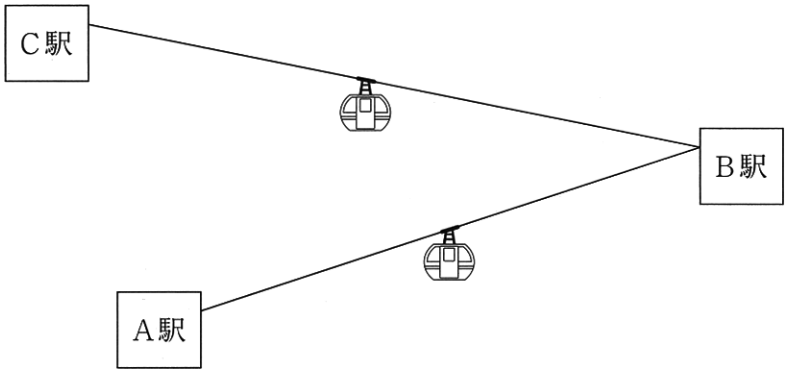
ただし，それぞれの箱において，どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。



数-25-公-山形-問-03

3 A 駅と B 駅を結ぶロープウェイと，B 駅と C 駅を結ぶロープウェイがあり，A 駅，B 駅，C 駅がある地点の標高は，それぞれ 100 m，550 m，900 m である。ある日，明美さんは，ロープウェイを利用して，A 駅から B 駅に向かい，A 駅を出発してから 6 分後に B 駅に到着した。B 駅で 3 分間待ったあと，B 駅から C 駅に向かうロープウェイを利用したところ，明美さんが，C 駅に到着したのは，A 駅を出発してから 19 分後だった。このとき，それぞれの問いに答えなさい。

ただし，明美さんが，A 駅を出発してから B 駅に到着するまでの間と，B 駅を出発してから C 駅に到着するまでの間，明美さんがいる位置の標高は，それぞれ一定の割合で変化するものとする。



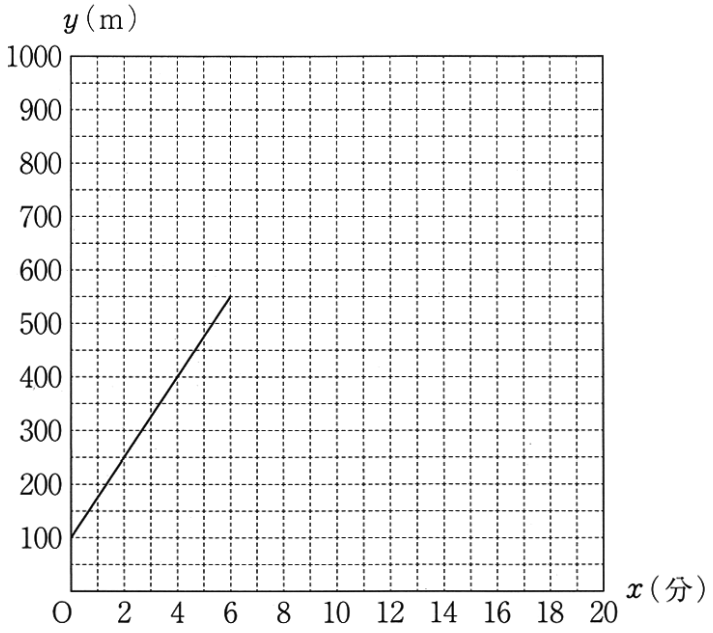
問1 明美さんが A 駅を出発してから x 分後の，明美さんがいる位置の標高を y m とする。明美さんが A 駅を出発してから，B 駅に到着するまでの x と y の関係をグラフに表したところ，**図**のようになった。次の問いに答えなさい。

(1) 明美さんが A 駅を出発してから 2 分後の，明美さんがいる位置の標高は何 m か，答えなさい。

(2) **表**は，明美さんが A 駅を出発してから C 駅に到着するまでの x と y の関係を式に表したものである。［ア］～［ウ］にあてはまる数または式を，それぞれ書きなさい。

また，このときの x と y の関係を表すグラフを，**図**にかき加えなさい。

図



表

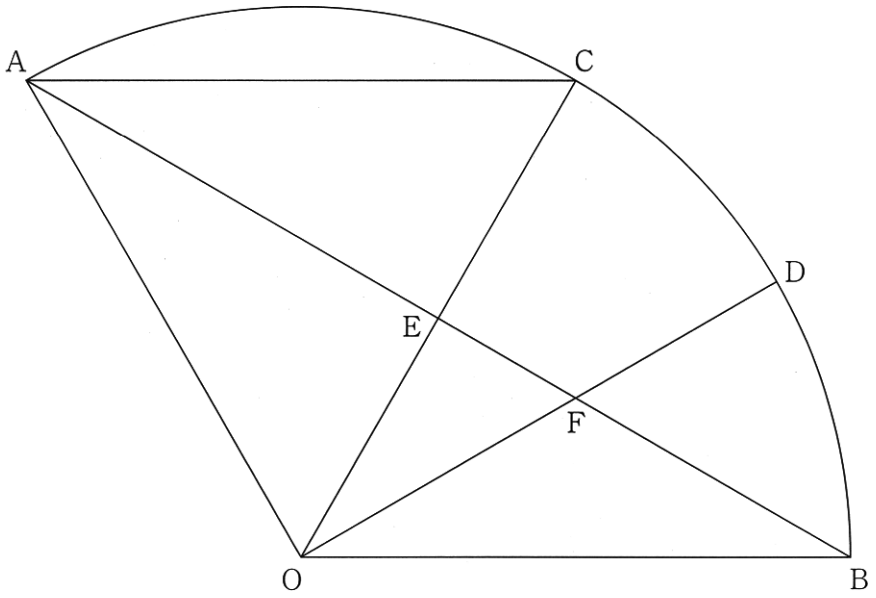
x の変域	式
$0 \leqq x \leqq 6$	$y=$ ［ア］
$6 \leqq x \leqq$ ［イ］	$y=550$
［イ］ $\leqq x \leqq 19$	$y=$ ［ウ］

問２　大樹さんは，同じ日に，バスを利用して，明美さんより早く A 駅を出発して B 駅に向かった。すると，明美さんが A 駅を出発した 5 分後に，大樹さんと明美さんがいる位置の標高が等しくなった。また，大樹さんは，明美さんが B 駅に到着した 2 分後に B 駅に到着した。大樹さんが A 駅を出発したのは，明美さんが A 駅を出発する何分前か，求めなさい。

ただし，大樹さんが，A 駅を出発してから B 駅に到着するまでの間，大樹さんがいる位置の標高は，一定の割合で変化するものとする。

数-25-公-山形-問-04

4　下の図のように，線分 OA，OB を半径とし，中心角の大きさが 180 °より小さいおうぎ形 OAB がある。2 点 A，B とは異なる点 C を，弧 AB 上にとり，点 A と C を結ぶ。また，点 D を，弧 BC 上に，∠BOD＝∠COD となるようにとる。線分 AB と線分 OC，OD との交点をそれぞれ E，F とする。このとき，あとの問いに答えなさい。



問１　△AEC∽△OEF であることを証明しなさい。

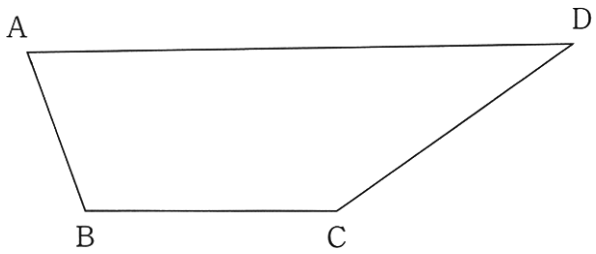
問２　OA＝6 cm，∠AOB＝120 °，AC // OB であるとき，次の問いに答えなさい。

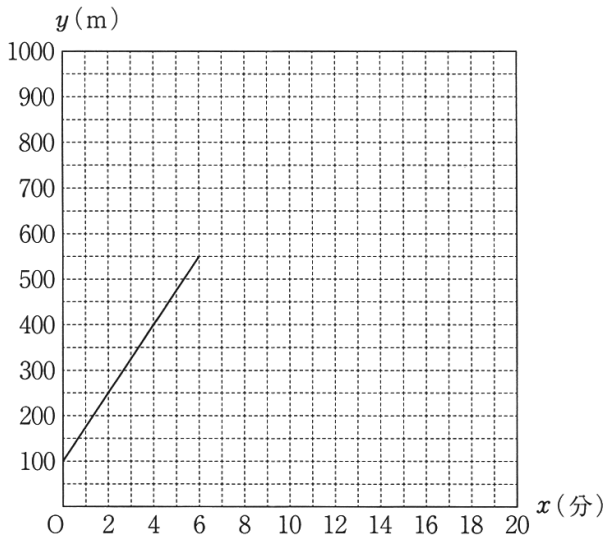
(1) △AEC と△OBF の面積の比を求めなさい。

(2) 線分 OA と OB を合わせて円すいの側面にあたる部分をつくったときの，2 点 A，E 間の距離を求めなさい。

Ｒ７　山形県　公立　数学　解答用紙

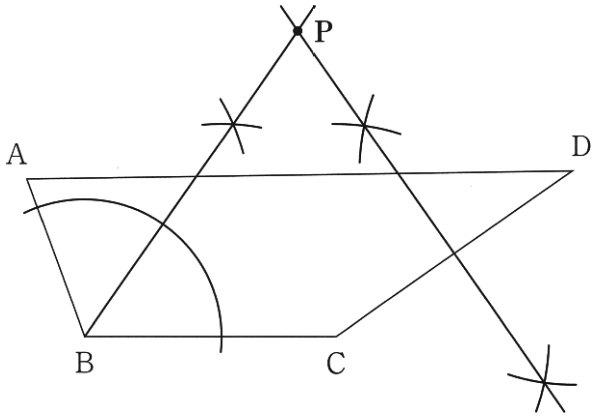
	問題番号		解答		配点	備考
数-25-公-山形-N-01	1	問１	(1)			
			(2)			
			(3)			
			(4)			
		問２	$(2x-1)^2=5x-1$ 答			
		問３	個			
		問４	cm^2			
		問５				

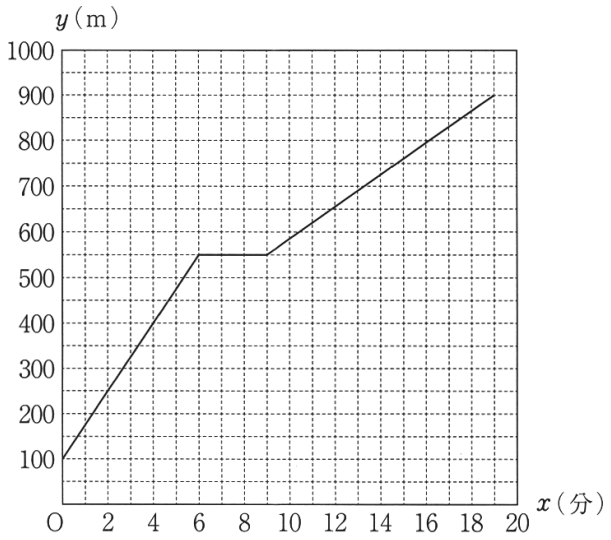
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-正形-K-02	2	問１	(1)			
			(2)			
		問２				
		問３	(1)			
			(2)	g		
		問４				

	問題番号		解　　答			配点	備　　考
数-25-公-山形-N-03	3	問1	(1)	m			
			(2)	ア	$y=$		
				イ			
				ウ	$y=$		
				図 			
		問2	分前				

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">問題番号</th><th colspan="2">解　　答</th><th>配点</th><th>備　　考</th></tr>
<tr><td rowspan="3">数-25-公-山形-KY-04</td><td rowspan="3">4</td><td>問１</td><td colspan="2">〔証明〕</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td>：</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-山形-K01	1	問１	(1)	8	3	
			(2)	$-\frac{4}{9}$	4	
			(3)	$-3a+2$	4	
			(4)	$-10+2\sqrt{2}$	4	
		問２	$(2x-1)^2=5x-1$ (例) $4x^2-4x+1=5x-1$ $4x^2-9x+2=0$ $x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times4\times2}}{2\times4}$ $=\frac{9\pm\sqrt{49}}{8}$ $=\frac{9\pm7}{8}$ $x=\frac{9+7}{8}$，$x=\frac{9-7}{8}$ $x=2$，$x=\frac{1}{4}$ **答**　$x=2$，$x=\frac{1}{4}$		5	
		問３	15　個		4	
		問４	300π　cm^2		4	
		問５	**ア**		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-正形-K02	2	問１	(1)	−2	4	
			(2)	エ	4	
		問２			5	
		問３	(1)	(例) 作ったそばの数を x 人分とする。 $\frac{100}{5}x+\frac{500}{5}(58-x)=3000$ (例) 作ったそばの数を x 人分，作ったうどんの数を y 人分とする。 $\begin{cases} x+y=58 \\ \frac{100}{5}x+\frac{500}{5}y=3000 \end{cases}$	6	
			(2)	200　g	4	
		問４	(例) 景品をもらえる確率は，ゲーム S が $\frac{1}{2}$，ゲーム T が $\frac{3}{5}$ であり，ゲーム T のほうがゲーム S より大きい。 よって，景品をもらいやすいのは，ゲーム T である。		6	

	問題番号		解答			配点	備考
数-25-公-二形-K03	3	問1	(1)	250 m		3	
			(2)	ア	$y=\ 75x+100$	3	
				イ	9	3	
				ウ	$y=\ 35x+235$	3	
				図 		3	
		問2	10 分前			5	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-25-公-山形-K04	4	問１	〔証明〕 (例) △AEC と△OEF において 対頂角は等しいから ∠AEC＝∠OEF　…… ① 仮定より，∠EOF＝∠BOD だから $\angle EOF=\frac{1}{2}\angle BOC$　…… ② 円周角と中心角の関係より $\angle EAC=\frac{1}{2}\angle BOC$　…… ③ ②，③より ∠EAC＝∠EOF　…… ④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいので △AEC∽△OEF		9	
		問２	(1)	3：2	5	
			(2)	$\sqrt{17}$　cm	5	

〔注意〕この採点基準によって処理しがたい細部については，各学校で適正な基準を設けること。

R７　山形県　公立　数学　解説

数-25-公-山形-KS-01

1　【小問集合】

問１　**(4)**　$(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-4)+\sqrt{18}=2-4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-12+3\sqrt{2}=-10+2\sqrt{2}$

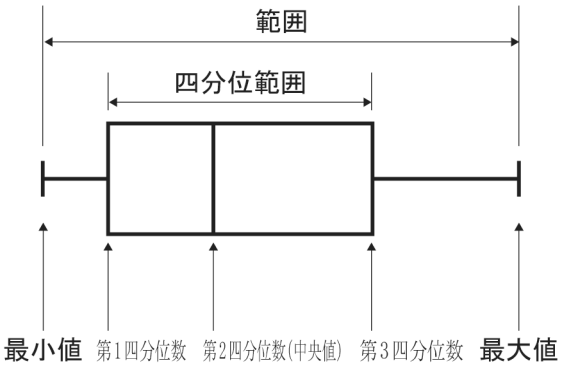
問３　$\sqrt{225-n}$が整数となるためには，根号内の数が，ある整数の 2 乗となる必要がある。
$225=15^2$であり，n は自然数であることから，$\sqrt{225-n}$が 0 から 14 までの整数となればよい。よって，あてはまる自然数 n の数は 15 個となる。

問４　図の立体の表面積は，半径が 10 cm の円の面積と，半径が 10 cm の球の表面積の$\frac{1}{2}$倍をたしたものだから，$\pi\times10^2+\frac{1}{2}\times4\pi\times10^2=100\pi+200\pi=300\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

問５　ヒストグラムより，第 1 四分位数は 0 本以上 10 本未満の階級に，第 2 四分位数 (すなわち中央値) は 20 本以上 30 本未満の階級に，第 3 四分位数は 30 本以上 40 本未満の階級にそれぞれあることがわかる。これらの条件を全て満たすのは，**ア**である。

これだけは！　四分位数と箱ひげ図

データの散らばりの程度を調べたり，伝えたりするときは，四分位数や箱ひげ図を活用する。
①**四分位数**…(1)第２四分位数(中央値)，(2)第１四分位数，(3)第３四分位数の３つの値
(1)**第２四分位数**(中央値)…データの値を大きさの順に並べたときの中央の値
※データの総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を中央値とする。
(2)**第１四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値
(3)**第３四分位数**…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値
※前半部分や後半部分の総数が偶数のときは，中央にある２つのデータの値の平均を，それぞれ第１四分位数，第３四分位数とする。
②**範囲**…最大値と最小値の差
③**四分位範囲**…第３四分位数と第１四分位数の差
④**箱ひげ図**…下の図のように，最小値，第１四分位数，第２四分位数(中央値)，第３四分位数，最大値を１つの図にまとめたもの



数-25-公-山形-KS-02

2　【関数のグラフと図形，作図】

問１　**(1)**　$y=\frac{6}{x}$について，$x=1$ のとき $y=\frac{6}{1}=6$ となる。また，$x=3$ のとき $y=\frac{6}{3}=2$ となる。よって変化の割合は，$\frac{2-6}{3-1}=\frac{-4}{2}=-2$ となる。

これだけは！ 変化の割合

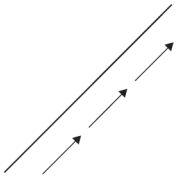
変化の割合とは，xの値が増加したときに，yの値がどれだけ変化するかを割合で示したもの。

変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$　…①　で求めることができる。

また，グラフの形状によって，注意点が異なる。

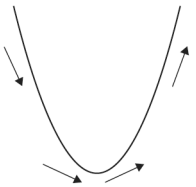
・直線のグラフ(比例$y=ax$，一次関数$y=ax+b$)

→変化の割合は一定で，定数aの値に等しい。



・曲線のグラフ(反比例$y=\dfrac{a}{x}$，関数$y=ax^2$)

→変化の割合は区間により変化するため，①を利用して計算する必要がある。



※関数$y=ax^2$において，xの値がpからqまで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$で求められる。

(2) ①の式は$y=\dfrac{6}{x}$であり，点 A は①上にある点である。点 A の x 座標は 2 であることから，点 A(2，3)となる。点 A は②上の点でもあるので，$y=ax^2$ に $x=2$，$y=3$ を代入すると，$3=4a$　$a=\dfrac{3}{4}$となる。

よって，$a<1$

2 乗に比例する関数のグラフは放物線であり，比例定数の絶対値が大きいほど，グラフの開き方は小さい。$y=bx^2$のグラフは，上に開いているから$b>0$であり，$y=ax^2$のグラフより開き方が大きいから$b<a$である。

以上のことから，$b<a<1$だから，答えは**エ**である。

問２　点 P は，直線 AB と直線 BC から等しい距離にあるということから，∠ABC の角の二等分線上に存在することがわかる。また，線分 PC と線分 PD の長さが等しいということから，点 P は線分 CD の垂直二等分線上にあることがわかる。よって，点 P は∠ABC の角の二等分線と線分 CD の垂直二等分線の交点である。

問３　(1 次方程式をつくる場合)

求めるのは残ったそば粉の量だから，作ったそばの数を x 人分として式をつくる。このとき，表に記載されている小麦粉の分量は 5 人分であることに注意する。

よって，$\dfrac{100}{5}x+\dfrac{500}{5}(58-x)=3000$ という式となる。

(連立方程式をつくる場合)

作ったそばの数を x 人分，作ったうどんの数を y 人分とする。このとき，そばとうどんを合わせて 58 人分作ったことから，$x+y=58$　…①という式ができる。また，そばとうどんを作った際に使用した小麦粉の量は合わせて 3000g であったので，$\dfrac{100}{5}x+\dfrac{500}{5}y=3000$　…②という式ができる。

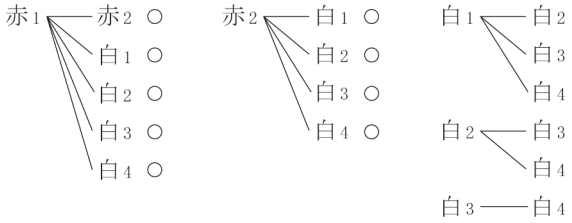
問４　ゲーム S において景品がもらえる確率は，箱の中に入っている玉の数は 6 個で，そのうち 3 個が赤玉であることから，$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$となる。

また，B の箱の中に入っている 2 個の赤玉を赤$_1$，赤$_2$，4 個の白玉を白$_1$，白$_2$，白$_3$，白$_4$とすると，ゲーム T における 2 個の玉の取り出し方は，**図１**の樹形図のように 15 通りある。このうち，少なく

とも 1 個は赤玉が出るような玉の取り出し方は，○印の 9 通りあるから，ゲーム T において景品がもらえる確率は，$\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$となる。

よって，$\frac{1}{2}<\frac{3}{5}$であることから，景品をもらいやすいのはゲーム T であることがわかる。

図 1



数-25-公-山形-KS-03

3 【関数の利用】

問 1 **(2)** 明美さんがいる位置の標高は，一定の割合で変化するから，y は x の 1 次関数である。

ア…求める式を $y=ax+b$ とする。A 駅の標高は 100 m であるため，A 駅を出発するときは $x=0$, $y=100$ となる。また，A 駅を出発してから 6 分後に標高 550 m の B 駅に到着したことから，B 駅に到着したときは $x=6$，$y=550$ となる。これらの値を求める式に代入すると，$b=100$ …①, $6a+b=550$ …②となる。①を②に代入すると，$a=75$ となるので，$0\leqq x\leqq 6$ のとき，$y=75x+100$ となる。

イ…B 駅で 3 分間待ったあと，C 駅に向かうロープウェイを利用したことから，3 分後まで標高は一定であることがわかる。したがって，**イ**にあてはまるのは 6＋3＝9 である。

ウ…**ア**と同様にして求める。求める式を $y=cx+d$ とする。B 駅の標高は 550 m であるため，B 駅を出発するときは $x=9$，$y=550$ となる。また，A 駅を出発してから 19 分後に標高 900 m の C 駅に到着したことから，C 駅に到着したときは $x=19$，$y=900$ となる。これらの値を求める式に代入すると，$9c+d=550$ …③，$19c+d=900$ …④となる。③，④を連立方程式として解くと，$c=35$，$d=235$ となるので，$9\leqq x\leqq 19$ のとき，$y=35x+235$ となる。

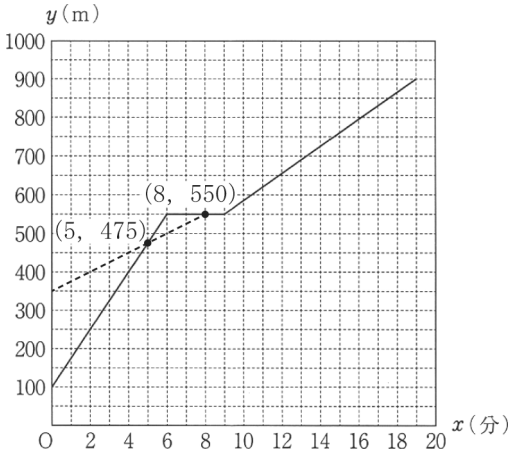
問 2 大樹さんがいる位置の標高 y m は，一定の割合で変化するから，明美さんが A 駅を出発してからの時間 x 分の 1 次関数である。よって，大樹さんの x と y の関係を表す式は，$y=ex+f$ と表され，そのグラフは直線となる。

大樹さんが B 駅に到着したのは，明美さんが A 駅を出発してから 6＋2＝8(分後)であるから，グラフは(8，550)を通る。よって，$8e+f=550$ …⑤

明美さんが A 駅を出発してから 5 分後の，明美さんがいる位置の標高は，$y=75x+100$ に $x=5$ を代入することで，$y=75\times5+100=475$(m)とわかる。このとき，大樹さんのいる位置の標高も 475m だから，グラフは(5，475)を通る。よって，

$5e+f=475$ …⑥

図 1



⑤，⑥を連立方程式として解くと，$e=25$，$f=350$ だから，大樹さんの x と y の関係を表す式は，$y=25x+350$ …⑦である。

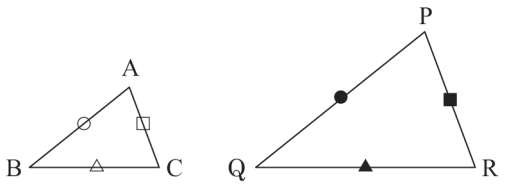
求めるのは，大樹さんが A 駅を出発したのは，明美さんが A 駅を出発する何分前であったかということだから，A 駅の標高である $y=100$ を⑦に代入すればよい。これを解くと，$x=-10$ となるので，大樹さんが A 駅を出発したのは明美さんが A 駅を出発する 10 分前であったことがわかる。

4 【平面図形】

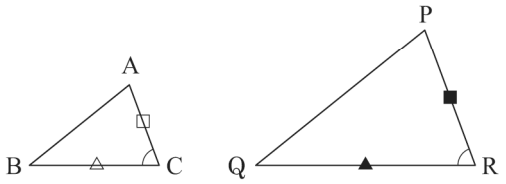
問1　対頂角の性質より，∠AEC＝∠OEF であること，仮定と円周角の定理より，∠EOF と∠EAC はともに∠BOC の$\frac{1}{2}$倍であることから，2 組の角がそれぞれ等しいことを示す。

これだけは！ 三角形の相似条件

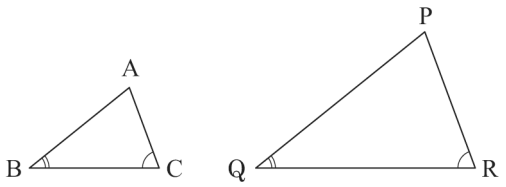
① 3組の辺の比がすべて等しい。



② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

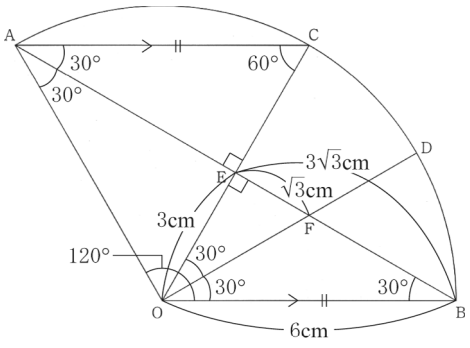


③ 2組の角がそれぞれ等しい。



問2　**(1)** 線分 OA，OB，OC は半径だから，
OA＝OB＝OC＝6 cm である。
よって，△OAB は二等辺三角形だから，
∠OAB＝∠OBA＝(180°－120°)÷2＝30°
AC // OB より，錯角は等しいから，
∠OBE＝∠CAE＝30°　…①
よって，∠OAC＝∠OAB＋∠CAE＝60°
△OAC は二等辺三角形だから，∠OAC＝∠OCA＝60°
とわかり，△OAC は正三角形だとわかる。
よって，AC＝OA＝OC＝6 cm

図1



ここで，△AEC と△BEO において，
AC＝BO＝6 cm　…②
△ACE の内角の和より，∠AEC＝180°－(30°＋60°)＝90°
対頂角は等しいから，∠AEC＝∠BEO＝90°　…③
①，②，③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから，△AEC≡△BEO
よって，△AEC＝△BEO
また，△BEO は 30°, 60°, 90°の大きさの内角をもつ直角三角形だから，$OE=\frac{1}{2}OB=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm)，
$BE=\sqrt{3}OE=\sqrt{3}\times 3=3\sqrt{3}$(cm)
さらに，$\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times 60°=30°$だから，△OFE も 30°，60°，90°の大きさの内角をもつ直角三角形なので，$FE=\frac{1}{\sqrt{3}}OE=\frac{1}{\sqrt{3}}\times 3=\sqrt{3}$(cm)
よって，△AEC：△OBF＝△BEO：△OBF＝BE：BF＝$3\sqrt{3}$：$(3\sqrt{3}-\sqrt{3})$＝3：2

(2) おうぎ形 OAB の線分 OA と OB を合わせて円すいの側面にあたる部分をつくると，**図2**のようになる。点 E，O から底面にそれぞれ垂線 EH，OI を引くと，点 I は底面の円の中心となる。

ここで，底面の円の周の長さと，おうぎ形 OAB の$\overset{\frown}{AB}$の長さは等しいから，$2\pi \times AI = 2\pi \times 6 \times \frac{120}{360}$が成り立つ。よって，AI＝2 cm

△OAI で三平方の定理より，$OI^2 = OA^2 - AI^2 = 6^2 - 2^2 = 32$

OI＞0 より，$OI = 4\sqrt{2}$ cm

EH // OI より，平行線と線分の比の性質から，

EH：OI＝CE：CO＝3：6＝1：2 より，

$EH = \frac{1}{2}OI = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ cm

CH：HI＝CE：EO＝3：3＝1：1 より，

$HI = \frac{1}{2}CI = \frac{1}{2}AI = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ (cm)

△EAH で三平方の定理より，

$AE^2 = EH^2 + AH^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2+1)^2 = 8 + 9 = 17$

AE＞0 より，$AE = \sqrt{17}$ cm

図2

