Ｒ５　山口県　公立　数学　問題

数-23-公-山口-問-01

1　次の問１～問５に答えなさい。

問１　$(-8)\div 4$ を計算しなさい。

問２　$\frac{5}{2}+\left(-\frac{7}{3}\right)$ を計算しなさい。

問３　$4(8x-7)$ を計算しなさい。

問４　$a=-2$，$b=9$ のとき，$3a+b$ の値を求めなさい。

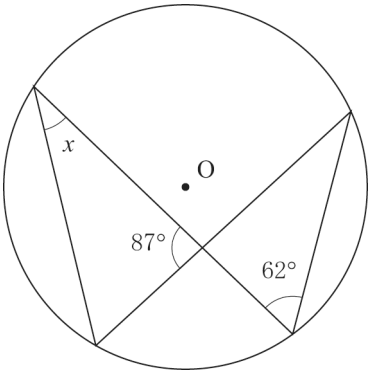
問５　$(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+5)$ を計算しなさい。

数-23-公-山口-問-02

2　次の問１～問４に答えなさい。

問１　二次方程式 $(x-2)^2-4=0$ を解きなさい。

問２　右の図の円Ｏで，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問３　関数 $y=-2x^2$ について，次の［ア］，［イ］にあてはまる数を求めなさい。

x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域は［ア］$\leqq y\leqq$［イ］となる。

問４　右の表は，ある中学校のウェブページについて，1 日の閲覧数を 30 日間記録し，度数分布表にまとめたものである。

この度数分布表から 1 日の閲覧数の最頻値を答えなさい。

閲覧数（回）			度数（日）
以上		未満	
0	～	20	1
20	～	40	6
40	～	60	9
60	～	80	10
80	～	100	3
100	～	120	0
120	～	140	1
計			30

数-23-公-山口-問-03

3　数と式に関連して，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　「1 個あたりのエネルギーが 20 kcal のスナック菓子 a 個と，1 個あたりのエネルギーが 51 kcal のチョコレート菓子 b 個のエネルギーの総和は 180 kcal より小さい」という数量の関係を，不等式で表しなさい。

問２　チョコレートにはカカオが含まれている。チョコレート全体の重さに対するカカオの重さの割合をカカオ含有率とし，次の式で表す。

$$\text{カカオ含有率（\%）} = \frac{\text{カカオの重さ}}{\text{チョコレート全体の重さ}} \times 100$$

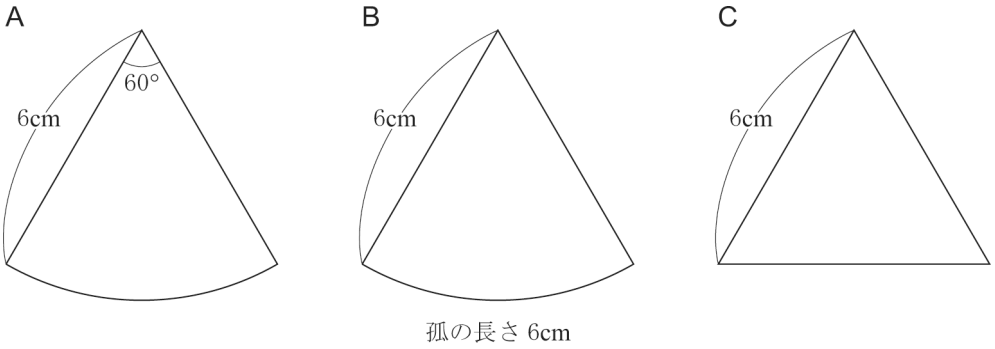
カカオ含有率 30%のチョコレートと，カカオ含有率 70%のチョコレートを混ぜて，カカオ含有率 40%のチョコレートを 200 g 作る。

このとき，カカオ含有率 30%のチョコレートの重さを x g，カカオ含有率 70%のチョコレートの重さを y g として連立方程式をつくり，カカオ含有率 30%のチョコレートの重さと，カカオ含有率 70%のチョコレートの重さをそれぞれ求めなさい。

4 図形の計量について，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図**のように，半径 6 cm で中心角 60 °であるおうぎ形を**A**，半径 6 cm で弧の長さが 6 cm であるおうぎ形を**B**，一辺の長さが 6 cm の正三角形を**C**とする。

図



A，**B**，**C**の面積について，次の ***a*** ，***b*** にあてはまる語句の組み合わせとして正しいものを，下の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

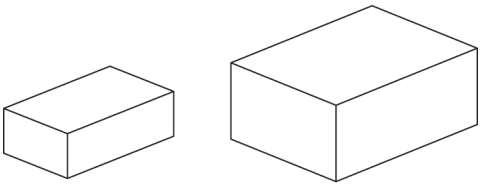
・**A**の面積よりも**B**の面積の方が ***a*** 。
・**A**の面積よりも**C**の面積の方が ***b*** 。

ア　***a*** ：大きい　***b*** ：大きい　　**イ**　***a*** ：大きい　***b*** ：小さい
ウ　***a*** ：小さい　***b*** ：大きい　　**エ**　***a*** ：小さい　***b*** ：小さい

問２　ある店では，1 個 400 円の M サイズのカステラと 1 個 1600 円の L サイズのカステラを販売している。この店で販売しているカステラを直方体とみなしたとき，L サイズのカステラは，M サイズのカステラの縦の長さ，横の長さ，高さをすべて $\frac{5}{3}$ 倍したものになっている。

1600 円で M サイズのカステラを 4 個買うのと，1600 円で L サイズのカステラを 1 個買うのとでは，どちらが割安といえるか。説明しなさい。

ただし，同じ金額で買えるカステラの体積が大きい方が割安であるとする。

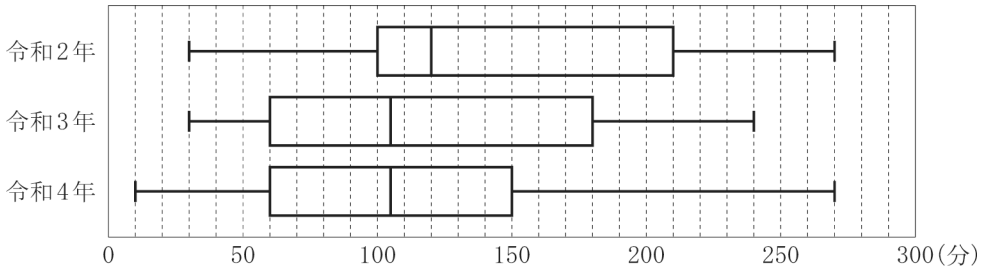


M サイズ
400 円

L サイズ
1600 円

5 T さんが通う中学校では，毎年 10 月に各生徒の 1 週間の総運動時間 (授業等を除く) を調査している。**図**は，その調査のうち，T さんが所属する学年の生徒 50 人について，令和 2 年，令和 3 年，令和 4 年の各データを箱ひげ図に表したものである。

図



次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図**から読み取れることとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　すべての年で，1 週間の総運動時間の最小値は 30 分となっている。

イ　1 週間の総運動時間の四分位範囲は年々小さくなっている。

ウ　すべての年で，1 週間の総運動時間が 100 分以上の人は 25 人以上いる。

エ　令和 4 年の 1 週間の総運動時間が 150 分以上の人数は，令和 2 年の 1 週間の総運動時間が 210 分以上の人数の 2 倍である。

問２　T さんは，**図**を見て，運動時間を増やしたいと考え，週に 1 回運動をする企画を立てた。そこで，種目を決めるためにアンケートを行い，その結果から人気のあった 5 種目をあげると，**表**のようになった。ただし，**表**の●は球技を表すものとする。

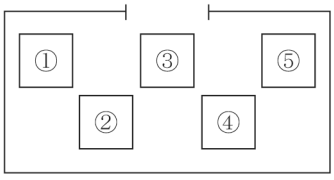
表

場所	種目	球技
グラウンド	①サッカー	●
	②ソフトボール	●
	③長縄跳び	
体育館	④ドッジボール	●
	⑤ダンス	

表の 5 種目の中から 2 種目を選ぶため，①，②，③，④，⑤の番号が 1 つずつかかれた 5 枚のくじを用意し，次の**選び方Ａ**と**選び方Ｂ**を考えた。

選び方Ａ

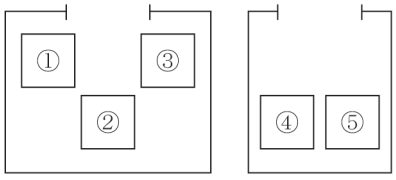
・1つの箱を用意し，5枚のくじを入れる。



・箱の中のくじをよくかきまぜ，同時に2枚のくじを引く。

選び方Ｂ

・２つの箱を用意し，くじをグラウンドの種目と体育館の種目に分け，それぞれの箱に入れる。



・箱の中のくじをよくかきまぜ，それぞれの箱から1枚ずつくじを引く。

選んだくじが 2 枚とも球技である確率は，**選び方Ａ**と**選び方Ｂ**ではどちらが高いか。それぞれの選び方での確率を求めるまでの過程を明らかにして説明しなさい。

6 T さんは道路を走る車のナンバープレートを見て，自然数について考えた。
次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　T さんは**図１**のようなナンバープレートを見て，「2 けたの数 71 から 2 けたの数 17 をひいた式」と読み，「71－17＝54」になると考えた。また，17 が 71 の十の位の数と一の位の数を入れかえた数であることに気づき，次のような**問題**をつくった。

図１



問題

2 けたの自然数には，その数から，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数をひくと 54 となるものがいくつかある。このような 2 けたの自然数のうち，最大の自然数を答えなさい。

問題の答えとなる自然数を求めなさい。

問２　後日，T さんは**図２**のようなナンバープレートを見て，連続する 4 つの偶数について，次のように考えた。

図２



連続する 4 つの偶数のうち，小さい方から 3 番目と 4 番目の偶数の積から 1 番目と 2 番目の偶数の積をひく。例えば，連続する 4 つの偶数が，

2，4，6，8 のとき，6×8－2×4＝48－8＝40＝8×5 ，

4，6，8，10 のとき，8×10－4×6＝80－24＝56＝8×7 ，

6，8，10，12 のとき，10×12－6×8＝120－48＝72＝8×9 となる。

T さんはこの結果から，次のように**予想**した。

予想

連続する 4 つの偶数のうち，小さい方から 3 番目と 4 番目の偶数の積から 1 番目と 2 番目の偶数の積をひいた数は，8 の倍数である。

T さんは，この**予想**がいつでも成り立つことを次のように**説明**した。下の［　　］に式や言葉を適切に補い，T さんの**説明**を完成させなさい。

説明

n を自然数とすると，連続する 4 つの偶数は $2n$，$2n+2$，$2n+4$，$2n+6$ と表される。これらの偶数のうち，小さい方から 3 番目と 4 番目の偶数の積から 1 番目と 2 番目の偶数の積をひいた数は，

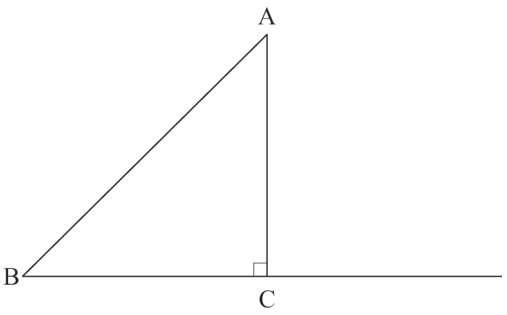
$(2n+4)(2n+6)-2n(2n+2)=$

したがって，連続する 4 つの偶数のうち，小さい方から 3 番目と 4 番目の偶数の積から 1 番目と 2 番目の偶数の積をひいた数は，8 の倍数である。

7 直角二等辺三角形について，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

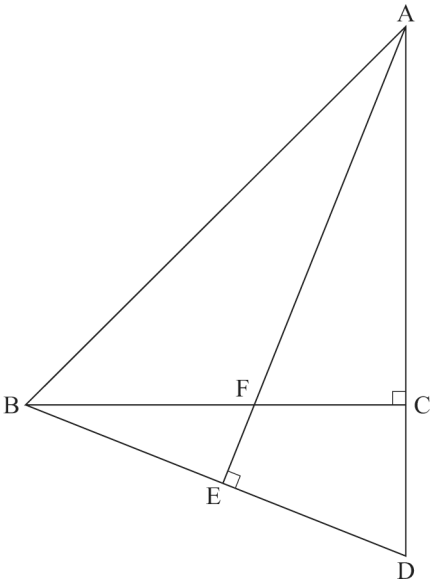
問１　**図１**のように，AC＝BC の直角二等辺三角形 ABC があり，辺 BC の C の方に延長した半直線 BC をひく。AC＝2 としたとき，半直線 BC 上にあり，$BP=1+\sqrt{5}$ となる点 P を定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

図１



問２　**図２**のように，AC＝BC の直角二等辺三角形 ABC があり，辺 AC の延長上に，線分 CD の長さが辺 AC の長さより短くなる点 D をとる。また，点 A から線分 BD に垂線 AE をひき，線分 AE と辺 BC の交点を F とする。このとき，AF＝BD を証明しなさい。

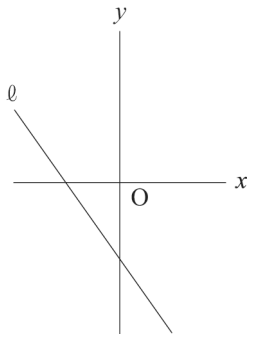
図２



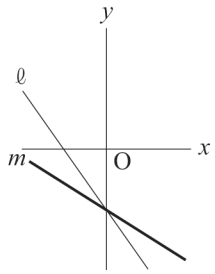
8 関数のグラフについて，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　**図１**において，直線ℓは，$a<0$ である関数 $y=ax-1$ のグラフである。直線 ℓ と同じ座標軸を使って，関数 $y=bx-1$ のグラフである直線 m をかく。$a<b$ のとき，**図１**に直線 m をかき加えた図として適切なものを，下の**ア**～**エ**から１つ選び，記号で答えなさい。

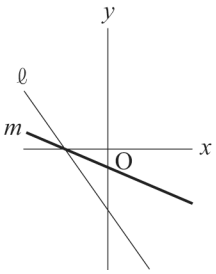
図１



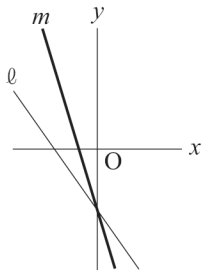
ア



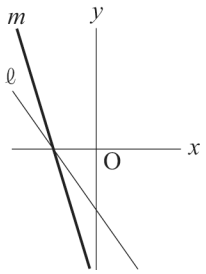
イ



ウ

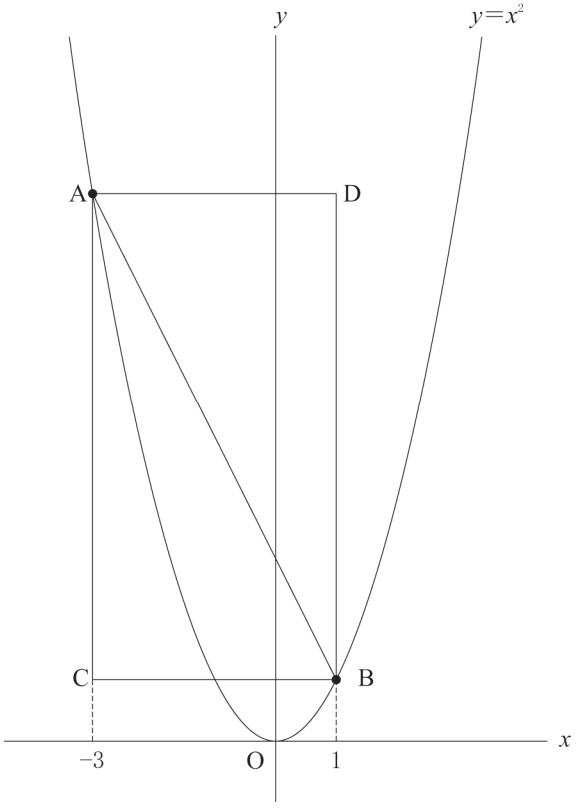


エ



問２　**図２**のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に２点 A，B があり，それぞれの x 座標が -3，１である。また，四角形 ACBD は，線分 AB を対角線とし，辺 AD と x 軸が平行であり，辺 AC と y 軸が平行である長方形である。このとき，長方形 ACBD の面積を２等分し，傾きが $\frac{1}{2}$ である直線の式を求めなさい。

図２



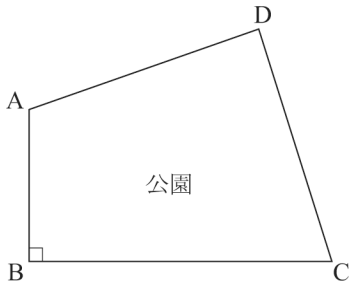
9 T さんの住んでいる町に公園がある。

次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　T さんが自宅から公園まで，毎時 4 km の速さで歩くと，到着するまでにかかった時間は 30 分であった。T さんが自宅から公園まで同じ道を，自転車に乗って毎時 a km の速さで移動するとき，到着するまでにかかる時間は何分か。a を使った式で表しなさい。ただし，T さんが歩く速さと，自転車に乗って移動する速さはそれぞれ一定であるとする。

問２　この公園の地面は平らで，**図１**のような四角形 ABCD の形をしている。四角形 ABCD は，AD＝CD，AB＝10 m，BC＝20 m，∠ABC＝90 °であり，面積は $\frac{800}{3}$ m^2 である。

図１

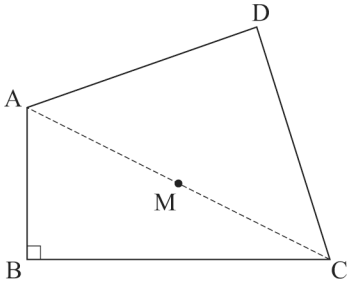


この公園に街灯が設置されていなかったので，T さんは街灯を設置したいと思い，次のように**仮定**して考えることにした。

仮定

・**図２**のように，街灯は四角形 ABCD の対角線 AC の中点 M に 1 本だけ設置し，公園の地面全体を照らすようにする。

図２



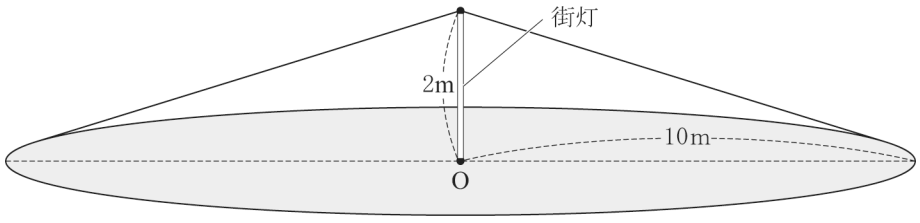
・街灯は地面に対して垂直に立て，街灯の先端に光源があるものとする。

・街灯の高さは光源から地面までの距離とし，自由に変えられるものとする。

・街灯が照らすことのできる地面の範囲は，街灯の根元を O としたとき，O を中心とする円の周上及び内部とし，その円の半径は街灯の高さに比例することとする。

・**図３**のように，街灯の高さが 2 m のとき，O を中心とする半径 10 m の円の周上及び内部を照らすことができるものとする。

図３



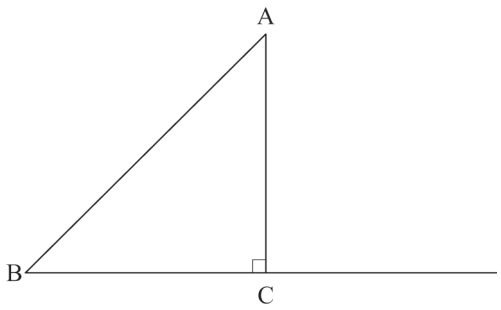
※ □ は街灯が照らすことのできる地面の範囲を表している。

この**仮定**に基づいて，街灯を設置するとき，その高さは最低何 m 必要か。求めなさい。

Ｒ５　山口県　公立　数学　解答用紙

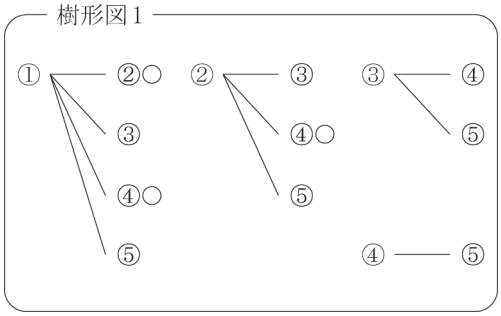
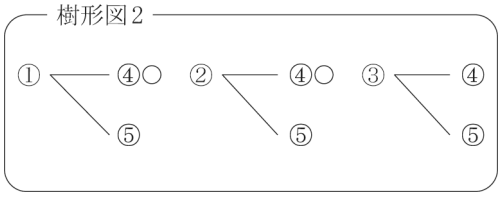
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-ヨロ-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
数-23-公-ヨロ-KY-02	2	問１	$x=$		
		問２	度		
		問３	ア　　イ		
		問４	回		
数-23-公-ヨロ-KY-03	3	問１			
		問２	式 { カカオ含有率 30%のチョコレートの重さ　　g カカオ含有率 70%のチョコレートの重さ　　g		
数-23-公-ヨロ-KY-04	4	問１			
		問２	〔説明〕		

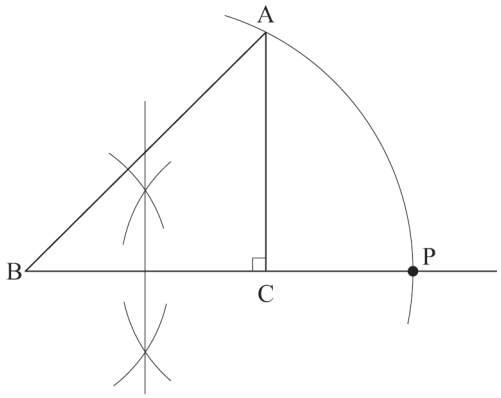
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-ヨロ-KY-05	5	問１			
		問２	〔説明〕		
数-23-公-ヨロ-KY-06	6	問１			
		問２	$(2n+4)(2n+6)-2n(2n+2)=$		

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-ユロ-KY-07	7	問１	〔作図〕 図１  		
		問２	〔証明〕		
数-23-公-ユロ-KY-08	8	問１			
		問２	$y=$		
数-23-公-ユロ-KY-09	9	問１	(分)		
		問２	m		

Ｒ５　山口県　公立　数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-ヨロ-K-01	1	問１	-2	1	
		問２	$\frac{1}{6}$	1	
		問３	$32x-28$	1	
		問４	3	1	
		問５	$1+4\sqrt{6}$	1	
数-23-公-ヨロ-K-02	2	問１	$x=0,\ 4$	2	
		問２	31　度	2	
		問３	ア　-8　イ　0	2	
		問４	70　回	2	
数-23-公-ヨロ-K-03	3	問１	$20a+51b<180$	2	
		問２	式 $\begin{cases} x+y=200 \\ 0.3x+0.7y=80 \end{cases}$ カカオ含有率30%のチョコレートの重さ　150　g カカオ含有率70%のチョコレートの重さ　50　g	3	
数-23-公-ヨロ-K-04	4	問１	エ	2	
		問２	〔説明〕 M サイズのカステラ 1 個と L サイズのカステラ 1 個の相似比は 3 : 5 である。よって, 体積比は $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ である。 M サイズのカステラ 4 個と L サイズのカステラ 1 個の体積比は 108 : 125 である。 同じ金額で買えるカステラの体積が大きいのは L サイズのカステラ 1 個の方だから, L サイズのカステラを 1 個買う方が割安である。	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-ヨロ-K-05	5	問１	ウ	2	
		問２	〔説明〕 **選び方Ａ**のとき，くじの引き方を表すと樹形図１のようになり，全部で 10 通りある。このうち，2 種目とも球技の種目が選ばれるのは，○印のついた 3 通りである。  よって，この場合の確率は $\frac{3}{10}$ である。 一方，**選び方Ｂ**のとき，くじの引き方を表すと樹形図２のようになり，全部で 6 通りある。このうち，球技の種目が選ばれるのは，○印のついた 2 通りである。  よって，この場合の確率は $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ である。 2 つの確率を比べると，$\frac{3}{10}<\frac{1}{3}$ だから確率は**選び方Ｂ**の方が高い。	4	
数-23-公-ヨロ-K-06	6	問１	93	2	
		問２	$(2n+4)(2n+6)-2n(2n+2)=4n^2+20n+24-4n^2-4n$ $=16n+24$ $=8(2n+3)$ n は自然数だから，$2n+3$ も自然数である。 よって，$8(2n+3)$ は 8 の倍数である。	3	

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-23-公-ヨロ-K-07	7	問１	〔作図〕 図１  	3	
		問２	〔証明〕 △ACF と△BCD で, 仮定から, AC＝BC　……① ∠ACF＝∠BCD＝90 °　……② △AED は直角三角形だから, ∠CAF＋∠ADB＝90 °　……③ △BCD は直角三角形だから, ∠CBD＋∠ADB＝90 °　……④ ③，④から, ∠CAF＝∠CBD　……⑤ ①，②，⑤から，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので, △ACF≡△BCD 合同な図形の対応する辺の長さは等しいので, AF＝BD	3	
数-23-公-ヨロ-K-08	8	問１	ア	2	
		問２	$y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$	3	
数-23-公-ヨロ-K-09	9	問１	$\frac{120}{a}$　(分)	2	
		問２	$\frac{4}{3}\sqrt{5}$　m	3	

数-23-公-山口-KS-01

1　【計算分野】

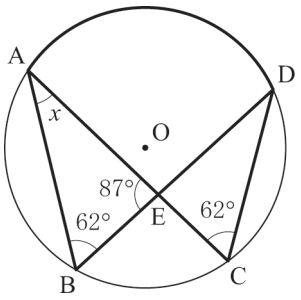
問５　$(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+5)=(\sqrt{6})^2+(-1+5)\times\sqrt{6}+(-1)\times5=6+4\sqrt{6}-5=1+4\sqrt{6}$

数-23-公-山口-KS-02

2　【小問集合】

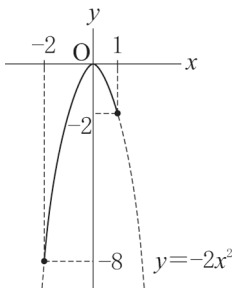
問２　各点を図１のように定義すると，円周角の定理より，
$\angle ABD=\angle ACD=62°$
△ABE の内角の和より，$\angle x=180°-(87°+62°)=31°$

図１

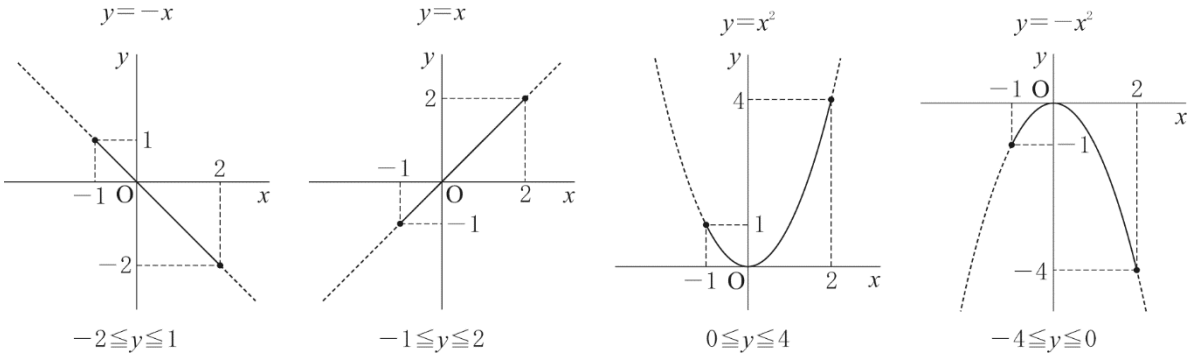


問３　関数 $y=-2x^2$ について，$x=-2$ のとき，$y=-2\times(-2)^2=-8$,
$x=1$ のとき，$y=-2\times1^2=-2$
よって，関数 $y=-2x^2$ のグラフ(図２)より，y の変域は，$-8\leqq y\leqq0$

図２



ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

問４　最頻値は，度数が最も大きい 60 回以上 80 回未満の階級の階級値 $\dfrac{60+80}{2}=70$(回)である。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

①　平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

②　中央値（メジアン）…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
　⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③　最頻値（モード）…資料中で，最も多く出てくる値

数-23-公-山口-KS-03

3 【式の利用，連立方程式の利用】

問２　２種類のチョコレートを混ぜて 200 g のチョコレートを作るから，$x+y=200$　…①

また，問題文中のカカオ含有率の式より，カカオの重さ＝$\dfrac{\text{カカオ含有率}}{100}$×チョコレート全体の重さ

であることがわかるから，$\dfrac{30}{100}x+\dfrac{70}{100}y=\dfrac{40}{100}\times 200$　　すなわち，$0.3x+0.7y=80$　…②

①，②を連立方程式として解くと，$x=150$，$y=50$　　これは問題に適している。

数-23-公-山口-KS-04

4 【平面図形，空間図形】

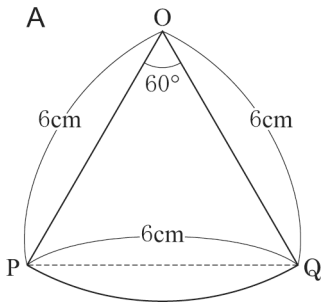
問１　**図１**のように，Ａをおうぎ形 OPQ とし，P と Q を結ぶ。

線分 PQ と弧 PQ を比較すると，明らかに弧 PQ の方が大きいから，$\overset{\frown}{\text{PQ}}>6\,\text{cm}$

よって，2 つのおうぎ形Ａ，Ｂを比較すると，弧はＢの方が短いから，中心角はＢの方が小さい。したがって，Ａの面積よりもＢの面積の方が［ ***a*** 小さい ］。

また，**図１**の△OPQ は正三角形Ｃと合同だから，明らかにＡの面積よりもＣの面積の方が［ ***b*** 小さい ］。

図１



数-23-公-山口-KS-05

5 【資料の活用，確率】

問１　**ア**　令和 4 年のデータの最小値は 10 分だから，正しくない。

イ　四分位範囲は，令和 2 年で 210－100＝110 (分)，令和 3 年で 180－60＝120 (分)だから，年々小さくなっているとはいえない。よって，正しくない。

ウ　あるデータにおいて，第 2 四分位数(中央値)以上のデータの個数は全体の 50%以上である。よって，すべての年で，第 2 四分位数(中央値)は 100 分より大きいから，100 分以上の人は全体 50 人の 50%である 25 人以上いる。よって，正しい。

エ　令和 2 年，令和 4 年の第 3 四分位数は，それぞれ 210 分，150 分だから，令和 2 年の 210 分以上の人数と，令和 4 年の 150 分以上の人数は，ともに全体 50 人の 25%以上いる。よって，令和 4 年の 150 分以上の人数は，令和 2 年の 210 分以上の人数の 2 倍とはいえない。よって，正しくない。

ポイント》四分位数と箱ひげ図

⇒資料のばらつきやかたよりを調べたり，伝えたりするときに活用

①　四分位数…(1)第 2 四分位数(中央値)，(2)第 1 四分位数，(3)第 3 四分位数，の 3 つをまとめて「四分位数」と呼ぶ。

(1)第 2 四分位数(中央値)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値

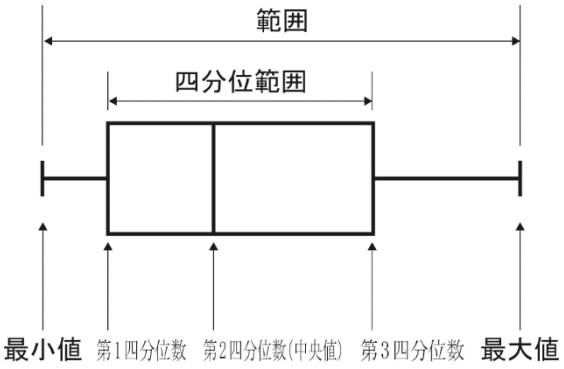
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

(2)第 1 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，前半部分の中央値

(3)第 3 四分位数…中央値を境に，前半部分と後半部分に分けたときの，後半部分の中央値

②　四分位範囲…第 3 四分位数と第 1 四分位数の差

③　箱ひげ図…下の図のように，最小値，第 1 四分位数，第 2 四分位数(中央値)，第 3 四分位数，最大値を 1 つの図にまとめたもの



問２

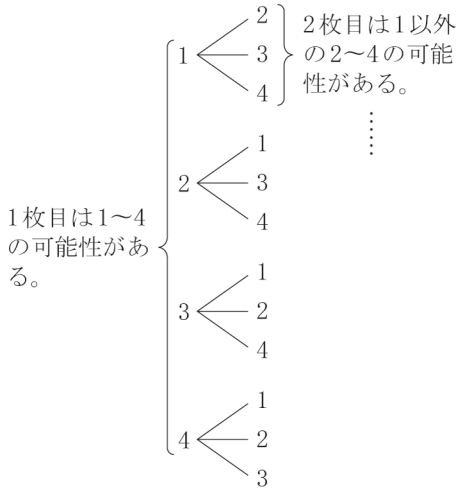
ポイント》確率の求め方

①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



6　【式の利用】

問１　2 けたの自然数は，十の位の数を x，一の位の数を y とすると，$10x+y$ と表される。また，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数は，$10y+x$ と表される。よって，$(10x+y)-(10y+x)=54$ より，これを整理すると，$x-y=6$　　これを満たす整数(x, y)の組は，(9，3)，(8，2)，(7，1)だから，条件を満たす 2 けたの自然数のうち，最大の自然数は，93 である。

ポイント》「○けたの自然数」についての問題では，その自然数を，各位の数を文字でおいて表す。

例　3 けたの自然数は，百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とすると，$100a+10b+c$ と表すことができる。

数-23-公-山口-KS-07

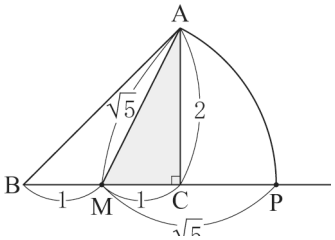
7 【作図，平面図形】

問１　**図１**のように，線分 BC の中点を M とすると，△AMC で三平方の定理より，

$AM^2=AC^2+MC^2=2^2+1^2=5$　　AM＞0 より，$AM=\sqrt{5}$

M を中心，MA を半径とした円と，半直線 BC との交点を P とすると，$MP=MA=\sqrt{5}$ だから，$BP=BM+MP=1+\sqrt{5}$

図１



数-23-公-山口-KS-08

8 【関数のグラフと図形】

問１　2 直線 ℓ，m は切片が等しいから，適切な図は**ア**または**ウ**である。また，**ア**，**ウ**のグラフより，2 直線 ℓ，m はどちらも右下がりだから，傾きの値 a，b はどちらも負である。よって，$a<b$ より，x の値が同じ量だけ増加したとき，直線 m よりも直線 ℓ の方が，y の値がより減少するから，適切な図は**ア**である。

問２　**図１**のように，長方形 ACBD を 2 等分する直線は，長方形の対角線 AB，CD の交点 M を通る。点 M の座標を$(p,\ q)$とすると，AM＝MB より，

(2 点 A，M の x 座標の差)＝(2 点 M，B の x 座標の差)だから，

$p-(-3)=1-p$　　$p=-1$

(2 点 A，M の y 座標の差)＝(2 点 M，B の y 座標の差)だから，

$9-q=q-1$　　$q=5$

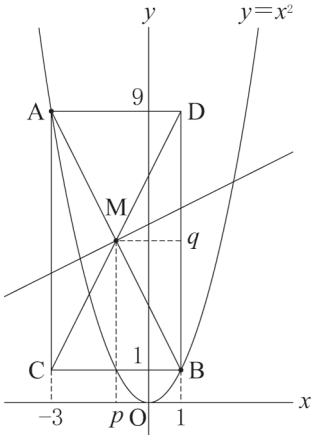
また，求める直線の式は，傾きが $\frac{1}{2}$ であることから，

$y=\frac{1}{2}x+c$ とおける。点 M$(-1,\ 5)$を通ることから，

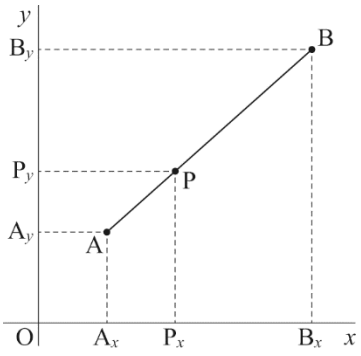
$5=\frac{1}{2}\times(-1)+c$　　$c=\frac{11}{2}$

よって，$y=\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$

図１



ポイント》グラフ上の線分の比は，x 座標または y 座標を基準にして考える！



⇒　$AP:PB=A_xP_x:P_xB_x=A_yP_y:P_yB_y$

ポイント》直線の式の求め方

①　$y=ax+b$ とおく。

②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

9 【式の利用，平面図形，空間図形】

問１　自宅から公園までの道のりは，(毎時)4(km)×$\frac{30}{60}$(時間)＝2(km)

同じ道を，毎時 a km の速さで移動するとき，到着するまでにかかる時間は，

2(km)÷(毎時)a(km)＝$\frac{2}{a}$(時間)　　よって，$\frac{2}{a}\times 60=\frac{120}{a}$(分)

問２　街灯を点 M に設置すると，街灯が照らすことのできる地面の範囲は，点 M を中心とする円の範囲となる。四角形 ABCD 全体を照らすためには，点 M を中心とする円が，四角形 ABCD の 4 つの頂点のうち，点 M から最も遠い頂点を通ればよい。

図１

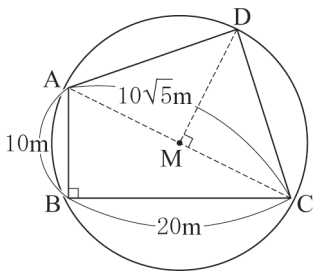


図１のように，△ABC で三平方の定理より，

$AC^2=AB^2+BC^2=10^2+20^2=500$

AC＞0 より，AC＝$10\sqrt{5}$ m

また，∠ABC＝90°より，3 点 A，B，C を通る円の直径は線分 AC で，円の中心は直径 AC の中点 M である。よって，円の半径より，AM＝BM＝CM＝$\frac{1}{2}$AC＝$5\sqrt{5}$ (m)

次に，△ACD は，AD＝CD である二等辺三角形だから，AM＝MC より，DM⊥AC

△ABC＝AB×BC×$\frac{1}{2}$＝10×20×$\frac{1}{2}$＝100(m^2)より，△ACD＝$\frac{800}{3}-100=\frac{500}{3}$(m^2)

△ACD＝AC×DM×$\frac{1}{2}$ より，$10\sqrt{5}\times DM\times\frac{1}{2}=\frac{500}{3}$　　DM＝$\frac{20}{3}\sqrt{5}$ (m)

よって，$\frac{20}{3}\sqrt{5}>5\sqrt{5}$ より，DM＞AM＝BM＝CM だから，四角形 ABCD の 4 つの頂点のうち，点 M から最も遠い頂点は D である。

図２のように，問題文中の**仮定**で示されている円錐と相似で，かつ，点 D を通る円 M を底面とする円錐を考えると，その高さが街灯の高さの下限である。

よって，その高さを x m とすると，

2：x＝10：$\frac{20}{3}\sqrt{5}$ より，$x=\frac{4}{3}\sqrt{5}$ m

図２

