H27　山梨県　公立　数学　問題

数-15-公-山梨-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$4-(-8)$

問２　$(-5)\times(-0.9)$

問３　$(-2)^2+6$

問４　$\sqrt{6}\div\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

問５　$\frac{1}{4}ab\times(-12a)$

問６　$-5(2-x)-(3x+7)$

数-15-公-山梨-問-02

2　次の問題に答えなさい。

問１　２次方程式　$x^2-6x-16=0$　を解きなさい。

問２　木星と太陽の平均距離は，778300000 km であるといわれている。有効数字が 7，7，8，3 であるものとして，この距離を下の形に表しなさい。

(整数部分が１けたの数)×(10 の累乗)

問３　反比例 $y=\dfrac{12}{x}$ の x の値とそれに対応する y の値について，下の**ア**～**エ**の中から正しいものを**１つ**選び，その記号を書きなさい。

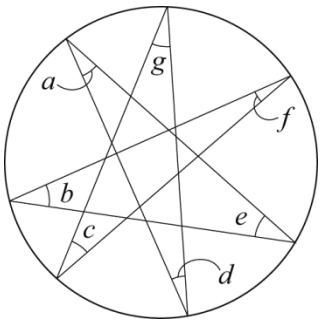
ア　x の値と y の値の和は，いつも 12 である。

イ　x の値と y の値の積は，いつも 12 である。

ウ　y の値から x の値をひいた差は，いつも 12 である。

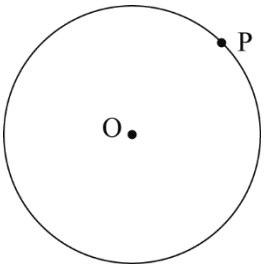
エ　y の値を x の値でわった商は，いつも 12 である。

問４　下の図で，$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$ の大きさを求めなさい。



問５　右の図で，円 O の周上の点 P を通る接線を作図しなさい。

ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



3 和樹さんは，道路に急ブレーキをかけてできたタイヤの跡がついているのを見て，自動車の速さと自動車が止まるまでの距離にどんな関係があるか知りたくなった。



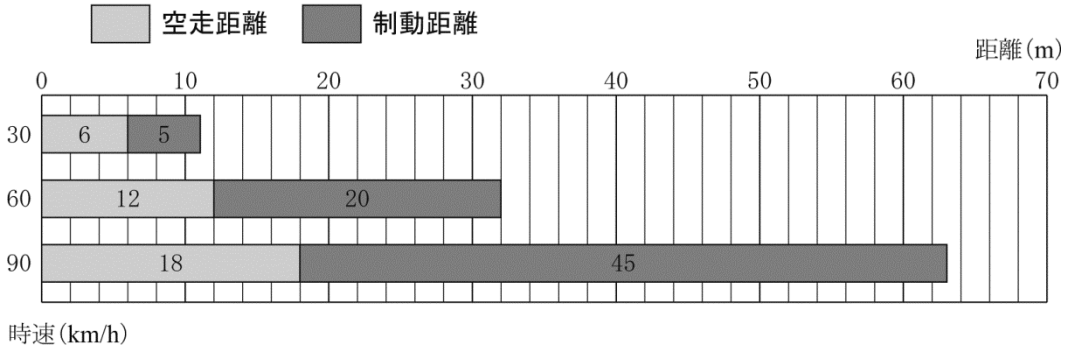
和樹さんは，自動車が止まるまでの距離について次のことがわかった。

・運転者が危険を感じてからブレーキがき始めるまでに走った距離を「空走距離」，ブレーキがき始めてから止まるまでに走った距離を「制動距離」ということ。

・(空走距離)＋(制動距離)を「停止距離」ということ。

そして，自動車の速さと空走距離，制動距離の関係が下の図のようになっている資料を見つけた。この図では，例えば，自動車の速さが時速 90 km のとき，空走距離が 18 m，制動距離が 45 m であることを表している。

自動車の速さと空走距離，制動距離の関係



このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１ 時速 60 km のときの停止距離を求めなさい。

問２ 和樹さんは，時速 x km のときの空走距離を y m とするとき，y は x に比例していると考えた。この x と y の関係について，y は x に比例していると考えられる理由を，図の中の数値を用いて説明しなさい。

問３ 時速 x km のときの制動距離を z m とすると，x と z の関係は，$z=\frac{1}{180}x^2$ と表すことができる。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 制動距離が 16 m であるとき，時速何 km で走っていたか求めなさい。
ただし，答えが無理数になる場合は，無理数のままで答えなさい。

(2) 時速 75 km のときの制動距離は，時速 30 km のときの制動距離の何倍になるか求めなさい。

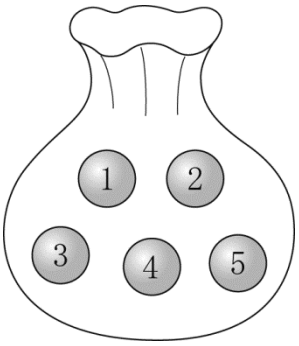
4 **図１**のように，袋の中に 1，2，3，4，5 の数が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。

この袋の中から，2 個の玉を 1 個ずつ順に取り出す。1 個目の玉に書かれた数を a，2 個目の玉に書かれた数を b とし，2 個の玉の取り出し方を a，b を用いて $(a,\ b)$ と表す。

このとき，次の**問１**～**問４**に答えなさい。

ただし，取り出した玉は袋にもどさないものとし，どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。

図１



問１　2 個の玉の取り出し方 $(a,\ b)$ は，全部で何通りあるか求めなさい。

問２　$a \times b$ の値が 4 の倍数になる確率を求めなさい。

問３　1 次方程式　$2ax-3b=9$　の解が　$x=3$　になる 2 個の玉の取り出し方はどんな場合があるか，$(a,\ b)$ の形式ですべての場合を書きなさい。

問４　**図２**のように，一辺の長さが 2 cm の正三角形 ABC がある。点 P，Q は，取り出した 2 個の玉に書かれた数を用いた次のルールにしたがって，正三角形の辺にそって移動する。

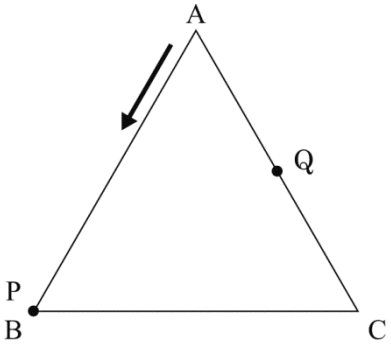
【ルール】
① 点 P は，頂点 A から矢印の向きに，a cm だけ移動する。
② 点 Q は，頂点 A から矢印の向きに，b cm だけ移動する。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) **図２**は，$a=2$，$b=5$ であるときの点 P，Q の位置を示している。

このとき，3 点 A，P，Q を頂点とする三角形の面積を求めなさい。

図２



(2) 移動した後の 2 点 P，Q を結ぶ線分 PQ の長さが 1 cm になる確率を求めなさい。

5 下の**図１**，**２**において，①は関数 $y=ax^2$，②は $y=\frac{1}{2}x+3$ のグラフである。点 A，B は①と②の交点で，x 座標はそれぞれ−2，3 である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１ a の値を求めなさい。

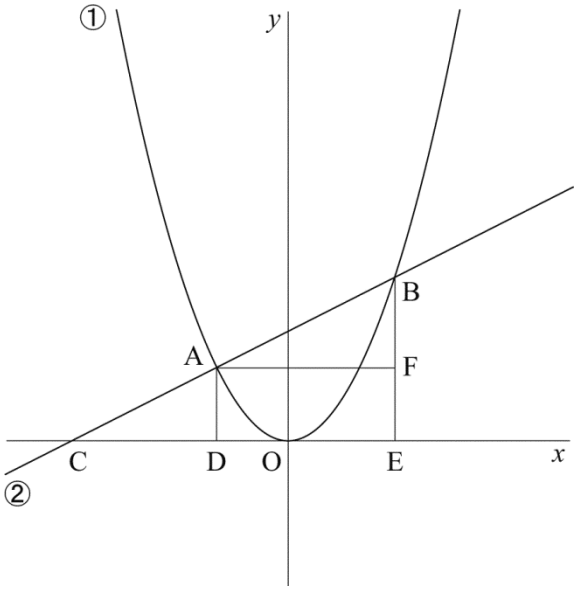
問２ **図１**のように，②と x 軸との交点を C とし，点 A，B から x 軸に垂線をひき，その交点をそれぞれ D，E とする。また，点 A から直線 BE に垂線をひき，その交点を F とする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) △BAF∽△ACD となることを証明しなさい。

(2) BA : AC を最も簡単な整数の比で表しなさい。

図１



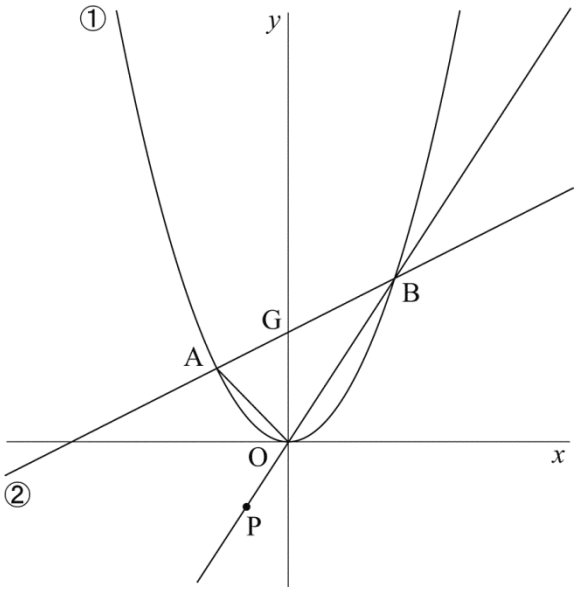
問３ **図２**のように，②と y 軸との交点を G とする。また，直線 OB 上を動く点 P を考える。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 3 点 B，G，P を頂点とする三角形の面積が，△AOB の面積に等しくなるときの点 P の座標をすべて求めなさい。

(2) 直線 GP が△AOB の面積を 2 等分するとき，直線 GP の式を求めなさい。

図２



6 底面の円の半径が 3 cm，高さが 9 cm の円柱がある。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。ただし，円周率はπとする。

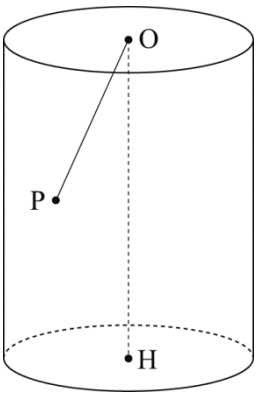
問１　**図１**のように，円柱の底面である円の中心をそれぞれ O，H とする。また，円柱の側面または点 H を含む底面を動く点 P を考える。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 線分 OP の長さが最大になるのは，点 P がどこにあるときか簡潔に書きなさい。

(2) 線分 OP の長さの最大値を求めなさい。

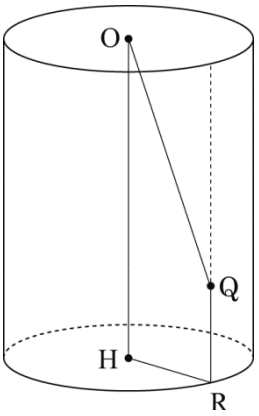
図１



問２　**図２**のように，円柱の側面上を動く点 Q をとり，点 Q を通る円柱の母線と点 H を含む底面との交点を R とする。

このときできる四角形 OHRQ を直線 OH を軸として 1 回転させてできる立体の体積と円柱の体積の比が 1 : 2 になるとき，線分 QR の長さを求めなさい。

図２



問３　**図３**は，長方形 KLMN を紙にかいて切り取ったものである。これを，円柱の側面にすきまなく，重なりもないように斜めに巻き付ける。

図４のように，側面を 2 回りして，2 点 N，K が円柱の同じ母線上の距離 6 cm の位置にくるとき，長方形 KLMN の面積を求めなさい。

ただし，紙の厚さは考えないものとする。

図３

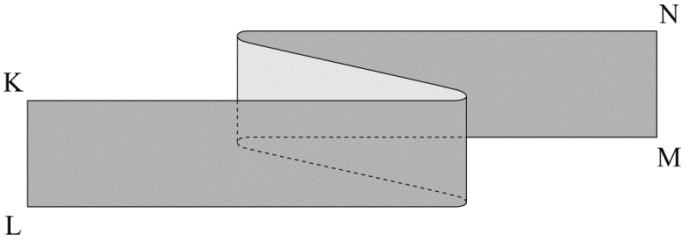
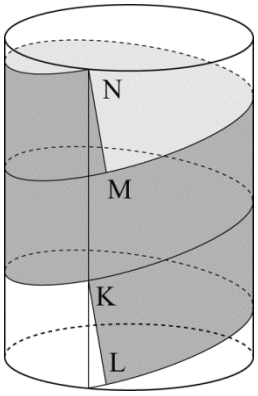
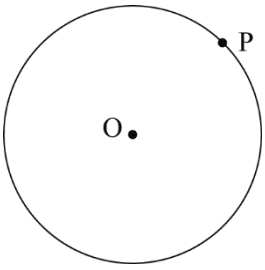


図４

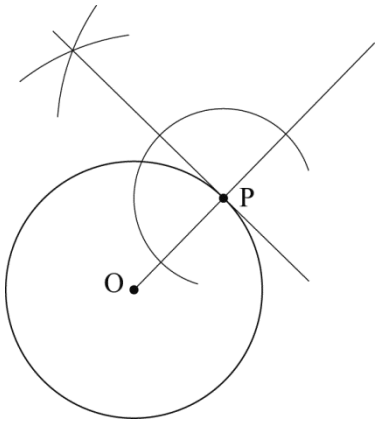


数学　解答用紙

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-15-公-山梨-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			
数-15-公-山梨-KY-02	2	問１	$x=$　　，$x=$		
		問２	km		
		問３			
		問４	度		
		問５	 (作図に用いた線は消さないこと。)		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-15-公-山梨-KY-03	3	問１		m		
		問２				
		問３	(1)	時速　　km		
			(2)	倍		
数-15-公-山梨-KY-04	4	問１		通り		
		問２				
		問３				
		問４	(1)	cm^2		
			(2)			

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−山梨−KY−05	5	問１	$a=$			
		問２	(1)	〔証明〕		
			(2)	:		
		問３	(1)			
			(2)			
数−15−公−山梨−KY−06	6	問１	(1)			
			(2)	cm		
		問２	cm			
		問３	cm^2			

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数−15−公−山梨−K−01	1	問１	12	3	
		問２	4.5	3	
		問３	10	3	
		問４	$-\sqrt{2}$	3	
		問５	$-3a^2b$	3	
		問６	$2x-17$	3	
数−15−公−山梨−K−02	2	問１	$x=-2$，$x=8$	3	
		問２	7.783×10^8　km	3	
		問３	イ	3	
		問４	180　度	3	
		問５	(作図に用いた線は消さないこと。)	3	正答は，一例を示したものである。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数−15−公−山梨−K−03	3	問１	32　m		3	
		問２	$x=30$ のとき　$y=6$，$x=60$ のとき $y=12$， $x=90$ のとき　$y=18$ であるから，$y=\frac{1}{5}x$ と表せる。 よって，$y=ax$ の形で表されるから，y は x に比例していると考えられる。 〔別解〕 x が 30 から 60 に 2 倍，30 から 90 に 3 倍になるとき，それにともなって，y も 6 から 12 に 2 倍，6 から 18 に 3 倍になっているから，y は x に比例していると考えられる。		5	正答は，それぞれ一例を示したものである。 【正答の条件】 次の①，②の記述内容が全て含まれていて正答とする。 ①図の中の，3 つの x，y の数値を用いている。 ②「$y=\frac{1}{5}x$」と式を明示している。 〔別解〕 【正答の条件】 次の①，②の記述内容が全て含まれていて正答とする。 ①図の中の，3 つの x，y の数値を用いている。 ②「x が 2 倍，3 倍になるとき，y も 2 倍，3 倍になっている」ことを明示している。
		問３	(1)	時速　$24\sqrt{5}$　km	4	
			(2)	$\frac{25}{4}$　倍	4	
数−15−公−山梨−K−04	4	問１	20　通り		3	
		問２	$\frac{2}{5}$		3	
		問３	(2，1)，(4，5)		3	
		問４	(1)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$　cm^2	3	
			(2)	$\frac{7}{10}$	4	

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数−15−公−山梨−K−05	5	問１		$a=\frac{1}{2}$	3	
		問２	(1)	〔証明〕 △BAF と△ACD において 仮定から ∠AFB＝∠CDA＝90°　　……① 仮定から ∠AFB＝∠CEB＝90° よって，同位角が等しいから AF // CE 平行線の同位角は等しいから ∠BAF＝∠ACD　　……② ①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから △BAF∽△ACD	6	証明は，一例を示したものである。
			(2)	5 : 4	3	
		問３	(1)	(−2，−3)，(8，12)	4	
			(2)	$y=-\frac{9}{2}x+3$	4	
数−15−公−山梨−K−06	6	問１	(1)	線分 OP の長さが最大になるのは，点 P が，点 H を含む底面の円周上にあるときである。	3	正答は，一例を示したものである。
			(2)	$3\sqrt{10}$　cm	3	
		問２		$\frac{9}{4}$　cm	4	
		問３		36π　cm^2	5	

数-15-公-山梨-KS-01

1　問１　$4-(-8)=4+8=12$

問２　$(-5)\times(-0.9)=5\times0.9=4.5$

問３　$(-2)^2+6=4+6=10$

問４　$\sqrt{6}\div\sqrt{3}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

問５　$\frac{1}{4}ab\times(-12a)=-\frac{1}{4}ab\times12a=-3a^2b$

問６　$-5(2-x)-(3x+7)=-10+5x-3x-7=2x-17$

数-15-公-山梨-KS-02

2　問１　$x^2-6x-16=0$　$(x-8)(x+2)=0$　$x=8,\ -2$

問２　$778300000=7.783\times100000000=7.783\times10^8$(km)

問３　$y=\frac{12}{x}$　$xy=12$　よって，x の値と y の値の積はいつも 12 である。よって，**イ**。

問４　三角形の 2 つの内角を 1 つの外角に移していくと，1 つの三角形の内角に集めることができる。よって，$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g=180^\circ$

問５　直線 OP をひく。点 P を通る直線 OP の垂線をひく。それが求める接線である。

数-15-公-山梨-KS-03

3　問１　時速 60 km のときの停止距離は，(空走距離)+(制動距離) で求めることができるから，$12+20=32$(m)

問２　「x の値が 2 倍，3 倍になると，y の値も 2 倍，3 倍になっている」または，「$y=\frac{1}{5}x$ より，$y=ax$ の式にあてはまる」とき，y は x に比例すると考えられる。

問３　(1) 制動距離が 16 m のとき，$z=\frac{1}{180}x^2$ に $z=16$ を代入する。$16=\frac{1}{180}x^2$　$x^2=16\times180$　$x=\pm24\sqrt{5}$　$x>0$ より，$x=24\sqrt{5}$　よって，時速 $24\sqrt{5}$ km

(2) 時速 75 km のときの制動距離は，$\frac{1}{180}\times75^2=\frac{125}{4}$(km)　時速 30 km のときの制動距離は，$\frac{1}{180}\times30^2=5$(km)　$\frac{125}{4}\div5=\frac{25}{4}$(倍)

数-15-公-山梨-KS-04

4　問１　玉を 1，2，3，4，5 とする。$(a,\ b)=(1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (1,\ 4),\ (1,\ 5),\ (2,\ 1),\ (2,\ 3),\ (2,\ 4),\ (2,\ 5),\ (3,\ 1),\ (3,\ 2),\ (3,\ 4),\ (3,\ 5),\ (4,\ 1),\ (4,\ 2),\ (4,\ 3),\ (4,\ 5),\ (5,\ 1),\ (5,\ 2),\ (5,\ 3),\ (5,\ 4)$ の 20 通り。

問２　$a\times b$ の値が 4 の倍数になるのは，$(a,\ b)=(1,\ 4),\ (2,\ 4),\ (3,\ 4),\ (4,\ 1),\ (4,\ 2),\ (4,\ 3),\ (4,\ 5),\ (5,\ 4)$ の 8 通り。よって，求める確率は，$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

問３　$2ax-3b=9$ の解が $x=3$ のとき，$6a-3b=9$　両辺を 3 で割って，$2a-b=3$　よって，$b=2a-3$ になるのは，$(a,\ b)=(2,\ 1),\ (4,\ 5)$ のとき。

問４　(1) $a=2$，$b=5$ のとき，点 P は点 A 上に，点 Q は辺 AC の中点にある。△ABC は 1 辺が 2 cm の正三角形より，$\angle AQP=90^\circ$，$PQ=\sqrt{3}$ $AQ=\sqrt{3}$ (cm)　よって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$(cm^2)

(2) 点 P，点 Q は各頂点か各辺の中点にあるので，線分 PQ が 1 cm になるのは，同一辺上で，一方が頂点で一方が中点にあるとき。また，両方が中点にあるとき，中点連結定理より線分 PQ が 1 cm になる。よって，$(a,\ b)=(1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (1,\ 5),\ (2,\ 1),\ (2,\ 3),\ (3,\ 1),\ (3,\ 2),\ (3,\ 4),\ (3,\ 5),\ (4,\ 3),\ (4,\ 5),\ (5,\ 1),\ (5,\ 3),\ (5,\ 4)$の 14 通り。よって，求める確率は，$\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$

数-15-公-山梨-KS-05

5 **問1** 点Aは$y=\frac{1}{2}x+3$上の点で，x座標は-2より，$y=\frac{1}{2}\times(-2)+3=2$ よって，A$(-2,\ 2)$

Aは$y=ax^2$上の点でもあるから，$2=a\times(-2)^2$ $4a=2$ $a=\frac{1}{2}$

問2 (1) 仮定や平行線で同位角が等しくなることを利用して，相似を導く。

(2) 点Cは$y=\frac{1}{2}x+3$とx軸との交点より，$0=\frac{1}{2}x+3$ $x=-6$ よって，C$(-6,\ 0)$，D$(-2,\ 0)$，E$(3,\ 0)$ AD // BEより，BA：AC＝ED：DC＝$(3+2):(-2+6)=5:4$

問3 (1) B$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$より，直線OBの式を求めると，$y=\frac{3}{2}x$ 点Pのx座標が負のとき，△BGPと△AOBで，△BOGの部分が共通なので，△POG＝△AOGとなれば△BGP＝△AOBとなる。

よって，線分APとy軸が平行のとき，△POG＝△AOGだから，点Pのx座標は点Aのx座標と同じ-2になり，点Pはこの$y=\frac{3}{2}x$上の点だから，$y=\frac{3}{2}\times(-2)=-3$ よって，P$(-2,\ -3)$

また，点Pのx座標が正のとき，Q$(-2,\ -3)$とすると，BP＝BQのとき，△BGP＝△BGQ＝△AOBとなる。よって，Pのx座標は$3+(3+2)=8$で，y座標は，$y=\frac{3}{2}\times8=12$となり，P$(8,\ 12)$

(2) △AOG＞△BOGだから，Gを通り△OABの面積を2等分する直線は線分OBと交わり，この点がPである。点Pのx座標をtとすると，$\triangle AOG+\triangle POG=\frac{1}{2}\triangle AOB$より，

$\frac{1}{2}\times3\times2+\frac{1}{2}\times3\times t=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times2+\frac{1}{2}\times3\times3\right)$ $3+\frac{3}{2}t=\frac{1}{2}\left(3+\frac{9}{2}\right)$ $t=\frac{1}{2}$ よって，Pのx座標は$\frac{1}{2}$，$y=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$で，P$\left(\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right)$ 直線PGを$y=bx+3$とすると，点Pを通るので，

$\frac{3}{4}=\frac{1}{2}b+3$ $b=-\frac{9}{2}$ よって，求める式は，$y=-\frac{9}{2}x+3$

数-15-公-山梨-KS-06

6 **問1** (1) 点Pから線分OHへ垂線をひき，交点をUとする。線分PUは底面の円の半径と等しいので一定である。線分OPは直角三角形OPUの斜辺になるので，線分OUの長さが最大になるとき，線分OPの長さが最大になる。よって，線分OPの長さが最大になるのは点Uと点Hが一致するときで，点Pが点Hを含む底面の円周上にあるときとなる。

(2) (1)より，線分OPの長さの最大値は，$\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}$ (cm)

問2 QR＝x cmとする。台形OHRQを，直線OHを軸として1回転してできる立体の体積は，

$\pi\times3^2\times x+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times(9-x)=6\pi x+27\pi$ (cm^3) 円柱の体積は，$\pi\times3^2\times9=81\pi$ (cm^3)

$(6\pi x+27\pi):81\pi=1:2$より，$12\pi x+54\pi=81\pi$ $x=\frac{9}{4}$ (cm)

問3 点Hを含む底面の円周と点Nを通る母線との交点をVとする。点Lと点Vを結ぶ。また，辺NKの中点をXとする。△NMXと△KLVは直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので合同である。よって，長方形KLMNの面積は，円柱の側面の面積から，直角をはさむ辺が3 cmと$2\pi\times3=6\pi$ (cm) の直角三角形2つを除いたものになる。したがって，$9\times6\pi-2\times\frac{1}{2}\times6\pi\times3=54\pi-18\pi=36\pi$ (cm^2)