H31　山梨県　公立　数学　問題

数-19-公-山梨-問-01

1　次の計算をしなさい。

問1　$6-7$

問2　$\frac{5}{6}\div(-2)$

問3　$(-10)+(-5)^2$

問4　$\frac{9}{\sqrt{3}}+7\sqrt{3}$

問5　$8xy^2\times\frac{3}{4}x$

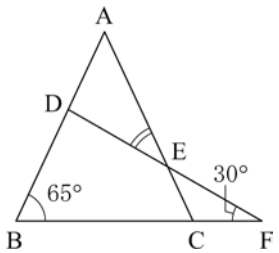
問6　$x(3x-2)+2x$

数-19-公-山梨-問-02

2　次の問題に答えなさい。

問1　連立方程式 $\begin{cases}2x-5y=6\\x=3y+2\end{cases}$ を解きなさい。

問2　右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，∠B＝65° である。点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC 上の点であり，点 F は直線 BC，DE の交点である。また，∠CFE＝30° である。
このとき，∠DEA の大きさを求めなさい。



問３　y が x に反比例するものを，次の**ア**～**エ**から**１つ**選び，その記号を書きなさい。

ア　長さが 20 m のリボンから x m 使ったときの残りの長さ y m

イ　半径が x cm である球の表面積 y cm^2

ウ　800 m の道のりを毎分 x m の速さで歩くときにかかる時間 y 分

エ　1 個 x 円の消しゴムを 3 個買ったときの代金 y 円

問４　袋の中に，赤球 3 個，青球 1 個，白球 1 個が入っている。この袋の中から球を同時に 2 個取り出したとき，取り出した球に白球が含まれる確率を求めなさい。

ただし，どの球を取り出すことも同様に確からしいものとする。

問５　次の**資料**は，平成 30 年 7 月 1 日から 10 日までの 10 日間の，A 市におけるそれぞれの日の最高気温を記録したものである。

このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

資料

35 ，　35 ，　34 ，　27 ，　26 ，　30 ，　34 ，　35 ，　37 ，　37　(℃)

(1) **資料**の中央値 (メジアン) を求めなさい。

(2) **資料**の 34℃以上 36℃未満の階級の相対度数を求めなさい。

数-19-公-山梨-問-03

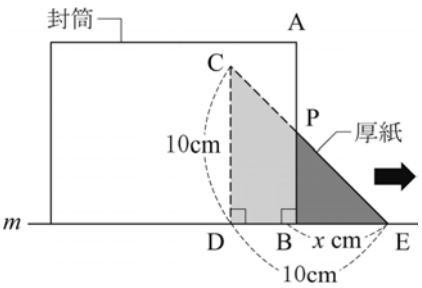
3 長方形の封筒の中に，直角三角形の厚紙が 1 枚入っている。**図1**は，厚紙である△CDE を，封筒の端から矢印の方向へ x cm 引き出した様子を表している。点 D，B，E は直線 m 上にあり，点 P は線分 AB，CE の交点である。また，△CDE の辺 CD，DE の長さはどちらも 10 cm である。

△PBE の面積を y cm^2 とすると，y は x の関数であり，**図2**は，x と y の関係をグラフに表したものである。

このとき，次の**問1**～**問3**に答えなさい。

ただし，x の変域は，$0 \leqq x \leqq 10$ とする。

図1

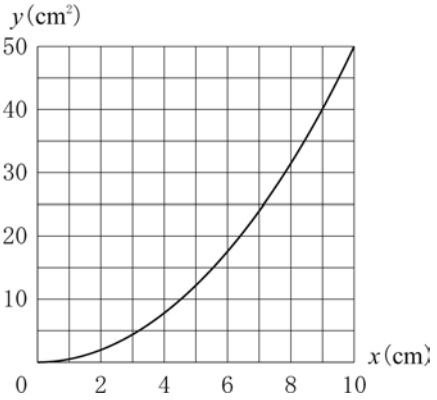


問1 $x=4$ のときの y の値を求めなさい。

問2 $y=25$ のときの x の値に最も近い整数を，次の**ア**～**エ**から**1つ**選び，その記号を書きなさい。

ア 6　　**イ** 7　　**ウ** 8　　**エ** 9

図2

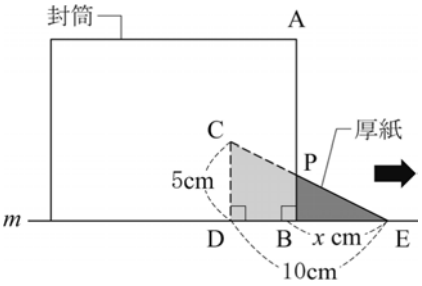


問3 **図3**のように，△CDE の辺 CD の長さを 10 cm から 5 cm に変えた直角三角形の厚紙を，同様に引き出した場合について考える。

このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

(1) CD＝5 cm とした場合の△PBE の面積を y cm^2 とすると，x と y の関係を表すグラフは，**図2**とは異なるグラフとなる。x の値をある 1 つの値 t に決めて，2 つのグラフにおける y の値をそれぞれ求めたところ，その差が 9 であった。t の値を求めなさい。

図3



(2) **図3**において，x の値が決まれば線分 DB の長さはただ 1 つに決まる。線分 DB の長さをℓcm とするとき，ℓは x の 1 次関数であることを，根拠を示して説明しなさい。

また，**図3**において，線分 DB の長さ以外の数量のうち，x との間の関係が 1 次関数である数量を**1つ**書きなさい。

4 一辺の長さが 1 cm の正方形のタイルがある。友実さんは，そのタイルを重なりがないように隙間なく敷き詰めて正方形をつくっている。

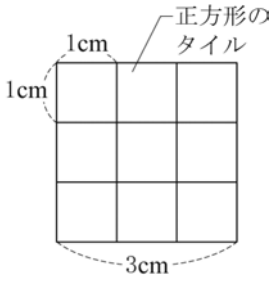
図1は，一辺の長さが 3 cm の正方形を表しており，その正方形をつくるために必要なタイルの枚数は 9 枚である。

一辺の長さが n cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は，n^2 枚と表すことができる。

このとき，次の**問1**～**問3**に答えなさい。

ただし，n は 2 以上の整数とする。

図1



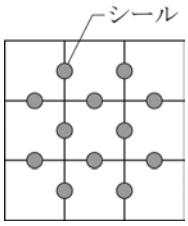
問1 ある大きさの正方形をつくったところ，その正方形に使ったタイルの枚数は，16 枚であった。つくった正方形の一辺の長さを求めなさい。

問2 一辺の長さが n cm の正方形にタイルをあと何枚加えれば，一辺の長さが $(n+1)$ cm の正方形になるか，加えるタイルの枚数を n を使った式で表しなさい。

問3 友実さんは，**図2**のように隣り合うタイルをシールでつなぎ，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数について考えている。

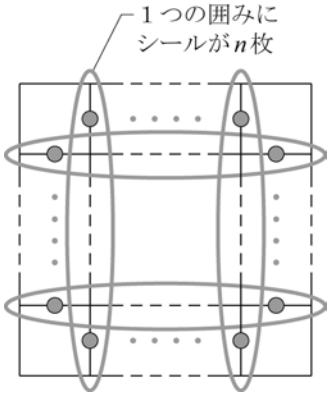
このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

図2



(1) 友実さんは，**図3**のようにシールを囲み，次のように説明したが，この説明には誤りがある。

図3



友実さんの説明

一辺の長さが n cm のとき，1 つの囲みには，シールが n 枚ある。

囲みは，縦，横それぞれ n 個ずつあり，合わせて $2n$ 個あるから，

$$n \times 2n = 2n^2$$

したがって，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数は，$2n^2$ 枚である。

友実さんの説明では，必要なシールの枚数を $2n^2$ 枚と求めているが，正しくは，$2n(n-1)$ 枚である。必要なシールの枚数が $2n(n-1)$ 枚となるように，［　　］の中を書き直し，解答欄の**説明**を完成しなさい。

(2) ある大きさの正方形をつくったところ，その正方形に使ったシールの枚数は，180 枚であった。つくった正方形の一辺の長さを求めなさい。

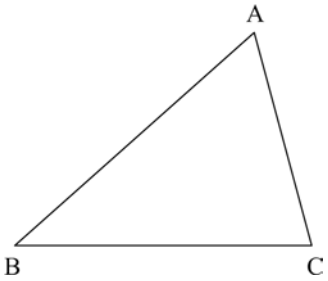
数-19-公-山梨-問-05

5 三角形の面積を 2 等分する直線に関する次の問題に答えなさい。

問1　△ABC において，辺 BC の中点を M とすると，直線 AM は△ABC の面積を 2 等分する。**図1**において，辺 BC の**中点M**を作図によって求め，直線 AM をかきなさい。

ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図1

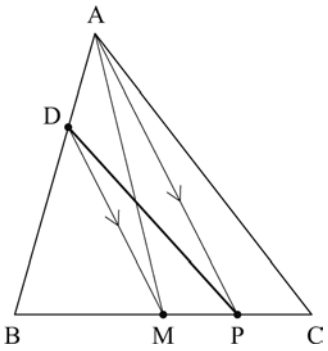


問2　**図2**のように，△ABC の辺 AB 上に AD：DB＝1：2 となる点 D をとる。このとき，点 D を通り，△ABC の面積を 2 等分する線分 DP は，次の方法でひくことができる。

> まず線分 BC の中点 M をとり，線分 DM をひく。次に，点 A を通り，線分 DM に平行な直線をひき，辺 BC との交点を P とする。最後に，線分 DP をひく。

このとき，次の**(1)**，**(2)**に答えなさい。

図2



(1) **図2**において，線分 DP が△ABC の面積を 2 等分することを説明するためには，△ABM＝△DBP が成り立つことを示せばよい。

右の［　　］は，△ABM＝△DBP が成り立つことを示したものである。

［　　］の③において，DM // AP より△ADM＝△PDM が導かれる理由を説明しなさい。

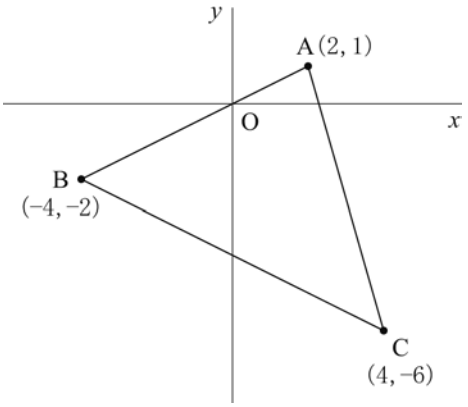
△ABM と△DBP において
　△ABM＝△DBM＋△ADM ……①
　△DBP ＝△DBM＋△PDM ……②
△ADM と△PDM において
DM // AP より
　△ADM＝△PDM ……③
　①，②，③より，△ABM＝△DBP

(2) △ABM と△ABP の面積比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

問３　**図３**において，点 A，B，C の座標はそれぞれ A(2，1)，B(－4，－2)，C(4，－6)である。

このとき，原点 O を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

図３



数-19-公-山梨-問-06

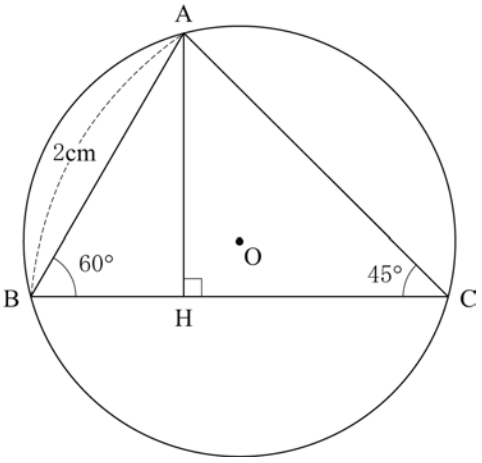
6　AB＝2 cm，∠ABC＝60°，∠ACB＝45°である△ABC と，3 点 A，B，C を通り，点 O を中心とする円 O がある。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。ただし，円周率はπとする。

問１　3 点 A，B，O を頂点とする三角形において，∠AOB の大きさを求めなさい。

問２　**図１**のように，点 A から辺 BC に垂線をひき，その交点を H とするとき，線分 AH の長さを求めなさい。

図１



問３　円 O において，点 B を含まない$\overset{\frown}{AC}$上に，AB＝DC となるように点 D をとる。
このとき，次の**(1)**～**(3)**に答えなさい。

(1) **図２**のように，線分 AC と DB の交点を E とするとき，△AEB≡△DEC となることを証明しなさい。

(2) 4 点 A，B，C，D を頂点とする四角形 ABCD の面積を求めなさい。

(3) 点 O を中心とする半径$\sqrt{2}$cm の球 O を考えるとき，4 点 A，B，C，D は，この球面上にある。

図３のように，球 O を平面 ABCD と平行な平面で切ったとき，その切り口は円となり，その中心を P とする。

5 点 P，A，B，C，D を頂点とする四角錐(すい)の体積と球 O の体積の比が 1：4π であるとき，切り口の円 P の半径を求めなさい。

図２

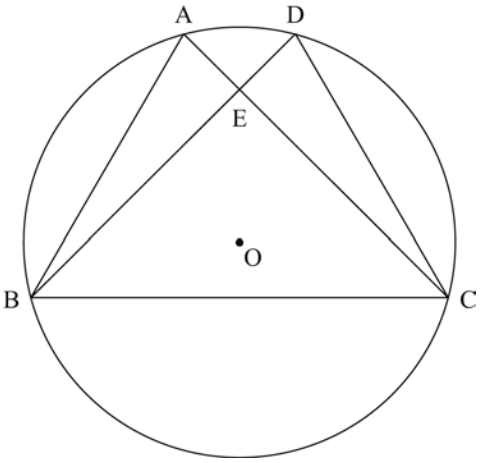
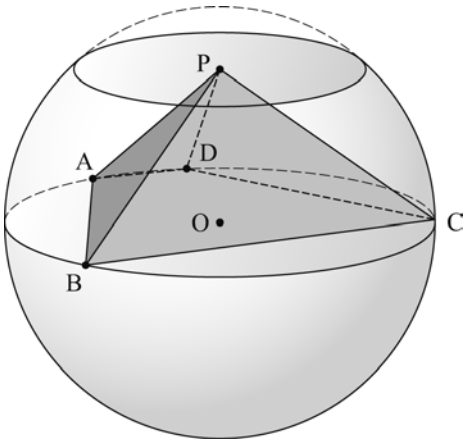
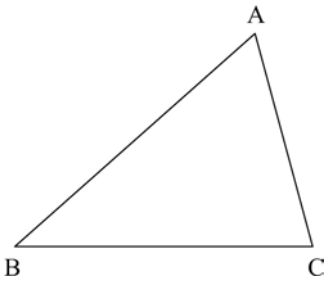


図３



H31　山梨県　公立　数学　解答用紙

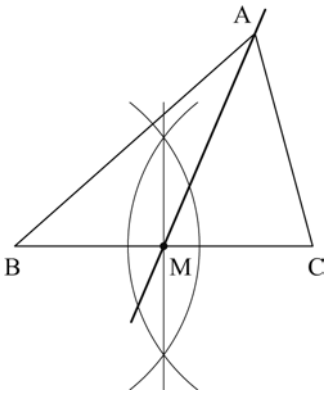
	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-山梨-N-01	1	問1				
		問2				
		問3				
		問4				
		問5				
		問6				
数-19-公-山梨-N-02	2	問1	$x=$　　，$y=$			
		問2	度			
		問3				
		問4				
		問5	(1)	℃		
			(2)			
数-19-公-山梨-N-03	3	問1	$y=$			
		問2				
		問3	(1)	$t=$		
			(2)	〔説明〕		
				〔数量〕		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-山梨-N-04	4	問１	cm			
		問２	枚			
		問３	(1)	〔**説明**〕 一辺の長さが n cm のとき，1 つの囲みには，シールが n 枚ある。 したがって，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数は，$2n(n-1)$枚である。		
			(2)	cm		
数-19-公-山梨-N-05	5	問１	 (作図に用いた線は消さないこと。)			
		問２	(1)	〔説明〕		
			(2)	△ABM：△ABP ：		
		問３	$y=$			

	問題番号		解　　答		配点	備　考
数-19-公-山梨-KY-06	6	問１	度			
		問２	cm			
		問３	(1)	〔証明〕		
			(2)	cm^2		
			(3)	cm		

H31　山梨県　公立　数学　解答

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-19-公-山梨-K 01	1	問1		-1	3	
		問2		$-\frac{5}{12}$	3	
		問3		15	3	
		問4		$10\sqrt{3}$	3	
		問5		$6x^2y^2$	3	
		問6		$3x^2$	3	
数-19-公-山梨-K 02	2	問1		$x=8,\ y=2$	3	
		問2		35　度	3	
		問3		**ウ**	3	
		問4		$\frac{2}{5}$	3	
		問5	(1)	34.5　℃	3	
			(2)	0.5	3	
数-19-公-山梨-K 03	3	問1		$y=8$	3	
		問2		**イ**	3	
		問3	(1)	$t=6$	4	
			(2)	〔説明〕 ℓを x の式で表すと, $\ell=-x+10$ となり,ℓが x の 1 次式で表されるから［, ℓは x の 1 次関数である］。	4	正答は，一例を示したものである。 ［　］内の記述がない場合も正答とする。 【正答の条件】 ℓが x の 1 次式で表されることを示すこと。
				〔数量〕 線分 CP の長さ	2	正答は，一例を示したものである。 「線分 PB の長さ」のように，x との間の関係が比例である場合も正答とする。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-山梨-K-04	4	問1	4　cm		3	
		問2	$(2n+1)$　枚		3	
		問3	(1)	〔**説明**〕 一辺の長さが n cm のとき，1 つの囲みには，シールが n 枚ある。 囲みは，縦，横それぞれ$(n-1)$個ずつあり，合わせて $2(n-1)$個あるから， $n\times2(n-1)=2n(n-1)$ したがって，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数は，$2n(n-1)$枚である。	6	正答は，一例を示したものである。 【正答の条件】 次の**a**，**b**の両方について記述していれば正答とする。 **a** 囲みが$2(n-1)$個あることを示すこと。 **b** シールの枚数が $n\times2(n-1)$で求められることを示すこと。
			(2)	10　cm	3	
数-19-公-山梨-K-05	5	問1	 (作図に用いた線は消さないこと。)		4	正答は，一例を示したものである。
		問2	(1)	〔説明〕 ［△ADM と△PDM の］底辺 DM は同じで，高さが等しいから［，面積は等しくなる］。	4	正答は，一例を示したものである。 ［　］内の記述がない場合も正答とする。 【正答の条件】 底辺と高さがそれぞれ等しいことを示すこと。
			(2)	△ABM：△ABP 2：3	3	
		問3	$y=-\frac{5}{2}x$		4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-19-公-山梨-K-06		問１	90　度		3	
		問２	$\sqrt{3}$　cm		3	
	6	問３	(1)	〔証明〕 △AEB と△DEC において 仮定より AB ＝ DC　　……① $\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから ∠BAE ＝ ∠CDE　……② $\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから ∠ABE ＝ ∠DCE　……③ ①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △AEB ≡ △DEC	6	証明は，一例を示したものである。
			(2)	3　cm^2	3	
			(3)	$\frac{\sqrt{10}}{3}$　cm	3	

数-19-公-山梨-KS-01

1　**問1**　$6-7=-(7-6)=-1$

問2　$\frac{5}{6}\div(-2)=-\frac{5}{6}\div 2=-\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}=-\frac{5}{12}$

問3　$(-10)+(-5)^2=(-10)+25=25-10=15$

問4　$\frac{9}{\sqrt{3}}+7\sqrt{3}=\frac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+7\sqrt{3}=\frac{9\sqrt{3}}{3}+7\sqrt{3}=3\sqrt{3}+7\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

問5　$8xy^2\times\frac{3}{4}x=\frac{8xy^2\times 3x}{4}=6x^2y^2$

問6　$x(3x-2)+2x=3x^2-2x+2x=3x^2$

数-19-公-山梨-KS-02

2　**問1**　$2x-5y=6$…①，$x=3y+2$…②とする。
②を①に代入して，$2(3y+2)-5y=6$　$6y+4-5y=6$　$y=2$　$y=2$ を②に代入して，$x=3\times 2+2=8$

問2　△ABC は AB＝AC の二等辺三角形だから，∠ACB＝∠B＝65°
△CFE において，三角形の内角と外角の性質より，∠CEF＝∠ACB－∠F＝65°－30°＝35°
対頂角は等しいので，∠DEA＝∠CEF＝35°

問3　**ア**～**エ**の関係をそれぞれ式で表すと次のようになる。
ア…$y=20-x$(1 次関数)，**イ**…$y=4\pi x^2$(2 乗に比例する関数)，**ウ**…$y=\frac{800}{x}$(反比例)，**エ**…$y=3x$(比例)
よって，y が x に反比例するのは**ウ**。

問4　赤球を R_1，R_2，R_3，青球を B，白球を W とすると，球の取り出し方は，{R_1，R_2}，{R_1，R_3}，{R_1，B}，{R_1，W}，{R_2，R_3}，{R_2，B}，{R_2，W}，{R_3，B}，{R_3，W}，{B，W}の 10 通りあり，そのうち白球が含まれるのは下線を引いた 4 通りだから，求める確率は，$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

問5　**(1)** **資料**を最高気温が低い順に並べると，26，27，30，34，34，35，35，35，37，37(℃)となる。
中央値は低い方から 5 番目と 6 番目の値の平均だから，(34＋35)÷2＝34.5(℃)
(2) 34℃以上 36℃未満の値は 34，34，35，35，35(℃)の 5 日あるので，相対度数は 5÷10＝0.5

数-19-公-山梨-KS-03

3　**問1**　∠PBE＝90°，∠PEB＝45°だから，$x=4$ のとき，△PBE は PB＝BE＝4cm の直角二等辺三角形。よって，$y=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$

問2　問題の**図2**のグラフに $y=25$ のグラフを書き加えると，その交点の x 座標はおよそ 7 となる。よって，**イ**。
《別の解き方》△PBE は PB＝BE＝$x$cm の直角二等辺三角形。よって，$y=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$
$y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=25$ を代入すると，$25=\frac{1}{2}x^2$　$x^2=50$　$x>0$ より，$x=\sqrt{50}$
ここで，$7=\sqrt{49}$，$7.5=\sqrt{56.25}$だから，$7<\sqrt{50}<7.5$ となり，最も近い整数は 7 とわかる。

問3　**(1)** △CDE と△PBE において，∠CDE＝∠PBE＝90°，∠CED＝∠PEB より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△CDE∽△PBE　よって，CD：PB＝DE：BE　5：PB＝10：x　PB＝$\frac{1}{2}x$cm
したがって，$y=\frac{1}{2}\times x\times\frac{1}{2}x=\frac{1}{4}x^2$　**図2**のグラフは $y=\frac{1}{2}x^2$ だから，2 つのグラフにおける y の値の差が 9 となる t の値は，$\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{4}t^2=9$　$\frac{1}{4}t^2=9$　$t^2=36$　$t>0$ より，$t=6$

(2) ℓが x の 1 次関数であることを示すには，ℓが x の 1 次式で表されていることを示せばよい。
ℓを x の式で表すと，$\ell=-x+10$ となり，ℓが x の 1 次式で表されている。
三平方の定理より CE$=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$(cm)　点 P から辺 CD に引いた垂線と辺 CD との交点を Q とすると，QP＝DB$=-x+10$ で，△CDE∽△CQP となるから，CE：CP＝DE：QP
$5\sqrt{5}$：CP$=10:(-x+10)$　CP$=-\frac{\sqrt{5}}{2}x+5\sqrt{5}$(cm)となり，線分 CP の長さは x の 1 次関数である。
また，線分 PB の長さは PB$=\frac{1}{2}x$cm となるので，線分 PB の長さは x の 1 次関数である。(比例の関係は 1 次関数の特別な場合と考えてよい。)
他にも，四角形 BPCD の周の長さも x の 1 次関数である。

数-19-公-山梨-KS-04

4　**問１**　一辺が $n$cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は n^2 枚だから，
$n^2=16$　$n\geqq 2$ より，$n=4$

問２　一辺が $n$cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は n^2 枚だから，一辺が$(n+1)$cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は$(n+1)^2$ 枚である。よって，加えるタイルの枚数は，
$(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$(枚)

問３　**(1)** 問題の**図２**から，一辺が 3cm の正方形をつくるとき，囲みは縦，横それぞれ 2 個ずつある。これは，3 枚のタイルを横に並べたとき，そのつなぎ目は $3-1=2$(個)になることによる。
同じ様に考えて，枠の中は次のように書き直せばよい。
一辺が $n$cm の正方形をつくるとき，囲みは縦，横それぞれ$(n-1)$個ずつあり，合わせて $2(n-1)$個あるから，$n\times 2(n-1)=2n(n-1)$

(2) **(1)**より，$2n(n-1)=180$　$n(n-1)=90$　$n^2-n-90=0$　$(n+9)(n-10)=0$　$n=-9,\ 10$
$n\geqq 2$ より，$n=10$ だから，つくった正方形の一辺の長さは 10cm

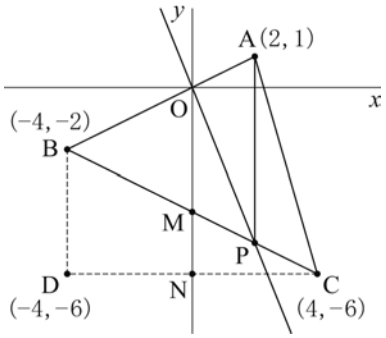
数-19-公-山梨-KS-05

5　**問１**　辺 BC の垂直二等分線を作図すると，辺 BC と垂直二等分線との交点が M となるので，点 A と点 M を通る直線を引けばよい。

問２　**(1)** 2 つの三角形の底辺と高さがそれぞれ等しいことを説明できていればよいので，例えば，「△ADM と△PDM の底辺 DM は同じで，高さが等しいから，面積は等しくなる」のように説明すればよい。

(2) DM∥AP で，三角形と比の定理より，BM：BP＝BD：BA$=2:(2+1)=2:3$　△ABM と△ABP は底辺をそれぞれ BM，BP としたときの高さが同じなので，△ABM：△ABP＝BM：BP$=2:3$

問３　右の図のように，辺 BC と y 軸との交点を M とする。点 B と x 座標が等しく，点 C と y 座標が等しい点を D とし，線分 DC と y 軸との交点を N とする。このとき，BD∥MN だから，三角形と比の定理より，CM：MB＝CN：ND$=1:1$　よって，点 M は辺 BC の中点である。また，点 A を通り y 軸に平行な直線と辺 BC との交点を P とすると，**問２**より，直線 OP は△ABC の面積を 2 等分する直線である。



直線 BC の傾きは，$\frac{-6-(-2)}{4-(-4)}=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}$だから，
直線 BC の式を $y=-\frac{1}{2}x+b$ として，$x=4$,
$y=-6$ を代入すると，$-6=-\frac{1}{2}\times 4+b$　$b=-4$ だから，直線 BC の式は，$y=-\frac{1}{2}x-4$
点 P は直線 BC 上にあり x 座標が 2 の点だから，P（2，−5）
よって，△ABC の面積を 2 等分する直線 OP の式は，$y=-\frac{5}{2}x$

6 **問1** $\overset{\frown}{AB}$について，中心角は円周角の 2 倍だから，∠AOB＝2∠ACB＝2×45°＝90°

問2 △ABH は 30°，60°，90°の直角三角形だから，AB：AH＝2：$\sqrt{3}$　2：AH＝2：$\sqrt{3}$

AH＝$\sqrt{3}$cm

問3 **(1)** 仮定より AB＝DC が与えられているので，∠BAE＝∠CDE，∠ABE＝∠DCE が言えればよく，これらは円周角の定理から導くことができる。

△AEB と△DEC において，仮定より，AB＝DC…①

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しいから，∠BAE＝∠CDE…②

$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいから，∠ABE＝∠DCE…③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△AEB≡△DEC

(2) **(1)**より，△AEB≡△DEC だから EB＝EC で，∠ACB＝45°だから，△EBC は∠BEC＝90°の直角二等辺三角形である。対頂角は等しいから，∠AED＝∠BEC＝90°，$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから，∠ADB＝∠ACB＝45°なので，△AED も直角二等辺三角形である。

よって，AC⊥DB，AE＋EC＝DE＋EB より，AC＝DB

△AHC は直角二等辺三角形だから，AH：AC＝1：$\sqrt{2}$　**問2** より AH＝$\sqrt{3}$cm だから，

$\sqrt{3}$：AC＝1：$\sqrt{2}$　AC＝$\sqrt{6}$(cm)

したがって，四角形 ABCD の面積は，AC×DB÷2＝$\sqrt{6}\times\sqrt{6}\div2$＝3(cm^2)

(3) OP＝$h$cm とすると，**(2)**より，四角形 ABCD の面積は 3cm^2 だから，5 点 P，A，B，C，D を頂点とする四角錐の体積は，$\frac{1}{3}\times3\times h=h$(cm^3)　球 O の体積は，$\frac{4}{3}\pi\times(\sqrt{2})^3=\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$(cm^3)

四角錐と球 O の体積の比は 1：4π だから，$h:\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi=1:4\pi$　$h=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

円 P の周上の点を Q とすると，線分 OQ は球 O の半径だから，OQ＝$\sqrt{2}$cm

△OPQ で三平方の定理より，$PQ^2=OQ^2-OP^2=(\sqrt{2})^2-\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$

PQ＞0 より，PQ＝$\frac{\sqrt{10}}{3}$(cm)