Ｒ４　山梨県　公立　数学　問題

数-22-公-山梨-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$4-12$

問２　$\frac{4}{5}\div(-4)+\frac{8}{5}$

問３　$(-6)^2-3^2$

問４　$7\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}$

問５　$\frac{1}{6}xy\times(-18x)$

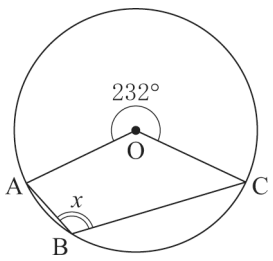
問６　$7(2x-y)-(x-5y)$

数-22-公-山梨-問-02

2　次の問題に答えなさい。

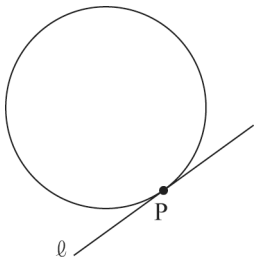
問１　２次方程式 $2x^2+9x+8=0$ を解きなさい。

問２　右の図において，点Ｏは円の中心であり，点Ａ，Ｂ，Ｃは円周上の点であるとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問３　右の図において，直線ℓは点 P を接点とする円の接線である。この円の中心を作図によって求めなさい。そのとき，求めた点を● で示しなさい。

ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問４　次の**ア**～**エ**から，y が x に反比例するものを**１つ**選び，その記号を書きなさい。

ア　x mL のジュースを 5 人で均等に分けるときの 1 人分のジュースの量が y mL である。

イ　面積が 50cm^2 の長方形の縦の長さが x cm であるときの横の長さが y cm である。

ウ　点 P が直線上を毎分 x cm の速さで 3 分間進んだときの道のりが y cm である。

エ　定価が x 円の品物を定価の 20%引きで買ったときの代金が y 円である。

問５　1 から 6 までの目が出る大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，出た目の数の積が 10 の倍数となる確率を求めなさい。

ただし，それぞれのさいころについて，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

数-22-公-山梨-問-03

3　次の問題に答えなさい。

問１　玄太さんの学級でクイズ大会を行った。クイズは 20 問出題され，参加者は，出題されたすべてのクイズに解答する。クイズに正解した場合は 1 問につき 6 点が加点され，正解しなかった場合は 1 問につき 2 点が減点される。

20 問のクイズのうち，x 問に正解したときの最終得点は，次の式で求めることができる。

最終得点を求める式

$$6x-2(20-x)$$

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 20 問のクイズのうち，12 問に正解したときの最終得点を求めなさい。

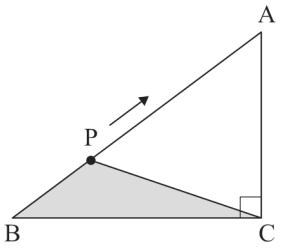
(2) 右の表は，クイズ大会の参加者 A～E の最終得点をまとめたものである。

参加者	A	B	C	D	E
最終得点	80	32	−16	112	0

玄太さんは，表を見て，正解数に関わらず，最終得点は，8 の倍数になるのではないかと予想した。

「最終得点は，8 の倍数になる」という玄太さんの予想が成り立つことを，**最終得点を求める式**を使って説明しなさい。

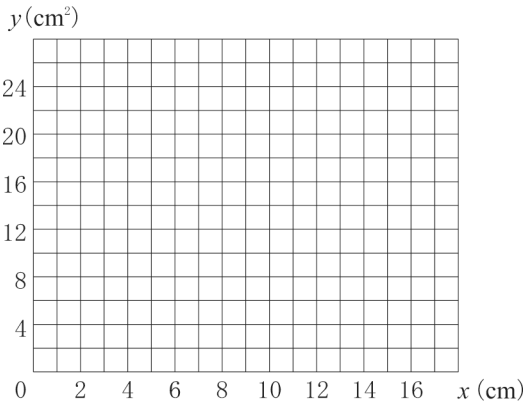
問２　右の図のように，AB＝10 cm，BC＝8 cm，AC＝6 cm である直角三角形 ABC があり，点 P は B を出発して，辺 BA，AC 上を B から C まで動く。点 P が B から x cm 動いたときの△PBC の面積を y cm^2 とする。



このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 点 P が B から 5 cm 動いたときの△PBC の面積を求めなさい。

(2) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。



(3) △PBC の面積が 20 cm^2 となる x の値をすべて求めなさい。

4 A 中学校の体育祭の大縄跳びでは，3 分間に連続で跳んだ最高回数を記録として競う。3 年生の桃花さんは，学年生徒会の取り組みとして，当日の結果とは別に，直前 2 週間の練習も 3 分間に連続で跳んだ最高回数を記録として何回か取り，それらの記録をもとに 3 学年の 4 つの学級の中から 1 つの学級を特別賞として表彰する企画を考えた。

桃花さんは，各学級の第 1 週の記録から第 2 週の記録への伸びに着目し，特別賞の学級の決め方を考えることとした。練習の記録のデータのうち，各学級の第 1 週の記録 16 回分をデータ①とし，第 2 週の記録 12 回分をデータ②とする。

このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

問 1　右の表は，2 組の練習の記録を度数分布表に表したものである。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 右の表における階級の幅を求めなさい。

(2) 右の表において，データ②の方がデータ①よりも相対度数が大きい階級を，次の**ア**～**カ**からすべて選び，その記号を書きなさい。

2 組の練習の記録

記録(回)	度数(回)	
	データ①	データ②
以上　未満		
5 ～ 10	1	0
10 ～ 15	3	2
15 ～ 20	6	5
20 ～ 25	3	2
25 ～ 30	2	2
30 ～ 35	1	1
合計	16	12

ア　5 回以上 10 回未満　　**イ**　10 回以上 15 回未満　　**ウ**　15 回以上 20 回未満
エ　20 回以上 25 回未満　　**オ**　25 回以上 30 回未満　　**カ**　30 回以上 35 回未満

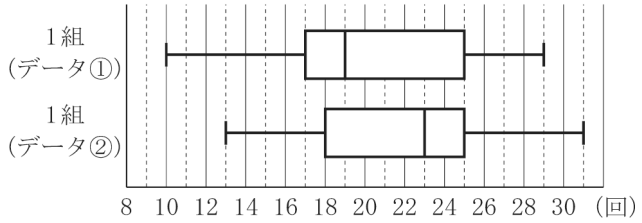
問 2　桃花さんは，特別賞の学級の決め方として，まず平均値に着目し，各学級のデータ②の平均値からデータ①の平均値をひいた値が他の学級より大きい 2 つの学級を選び，それらの学級について，箱ひげ図を用いて比べることとした。

下の図は，平均値に着目して選んだ 1 組と 4 組のデータ①とデータ②をそれぞれ箱ひげ図に表したものである。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

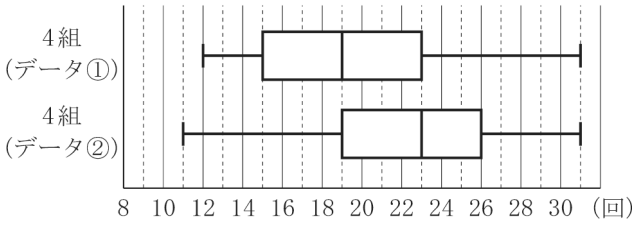
(1) **1 組の箱ひげ図**から，1 組のデータ①の中央値と 1 組のデータ②の中央値をそれぞれ求めなさい。

1 組の箱ひげ図



(2) **４組の箱ひげ図**から，「4 組のデータ②は，4 組のデータ①より記録が伸びている」と主張することができる。そのように主張することができる理由を，**４組の箱ひげ図**の 2 つの箱ひげ図の特徴を比較して説明しなさい。

４組の箱ひげ図



数-22-公-山梨-問-05

5 次の問題に答えなさい。

問１　**図１**において，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフであり，点 A，B，C は①上にある。点 A，B，C の x 座標はそれぞれ−3，6，9 である。

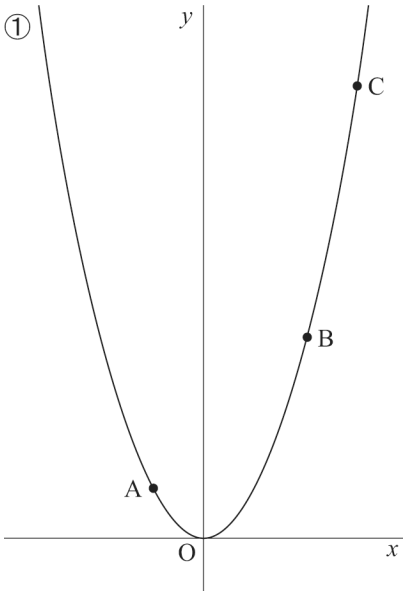
このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) ①の関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ において，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 6$ であるとき，y の変域を求めなさい。

(2) 直線 AC の式を求めなさい。

(3) △ABC の面積を求めなさい。

図１



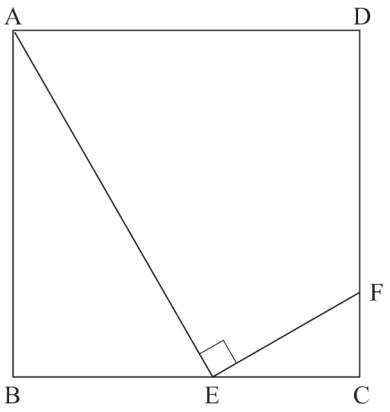
問２　**図２**のように，正方形 ABCD の辺 BC 上に点 E をとり，辺 CD 上に∠AEF＝90°となるように点 F をとる。

ただし，点 E は点 B，C と一致しないものとする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) △ABE∽△ECF となることを証明しなさい。

図２

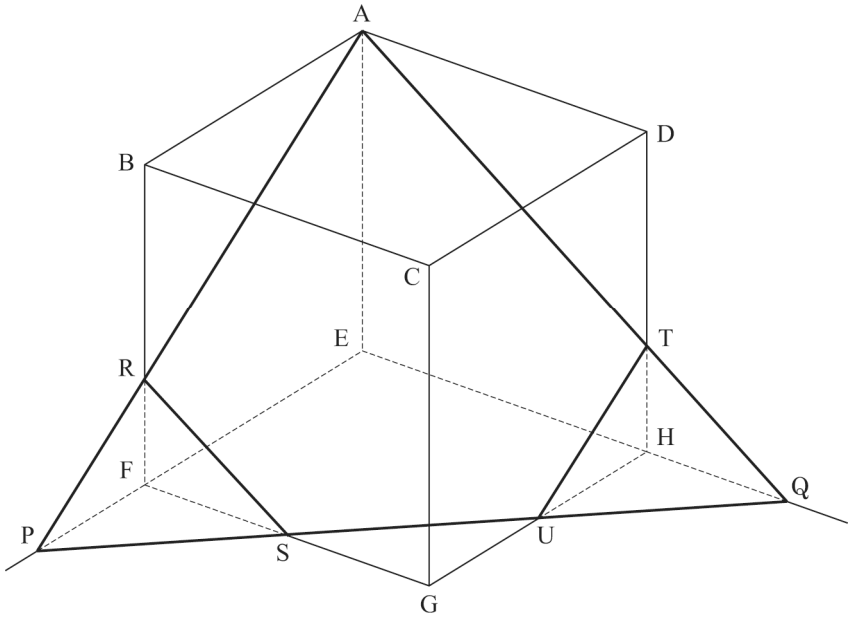


(2) 点 F を通り，直線 EF に垂直な直線と辺 AD との交点を G とする。AB＝3 cm，BE＝2 cm であるとき，AG : GD を最も簡単な整数の比で表しなさい。

数-22-公-山梨-問-06

6　下の図の一辺の長さが 6 cm である立方体 ABCD－EFGH において，点 P は EP＝9 cm となる半直線 EF 上の点であり，点 Q は EQ＝9 cm となる半直線 EH 上の点である。また，点 R は線分 AP，BF の交点であり，点 T は線分 AQ，DH の交点である。さらに，点 S は線分 PQ，FG の交点であり，点 U は線分 PQ，GH の交点である。

このとき，次の**問１**～**問４**に答えなさい。



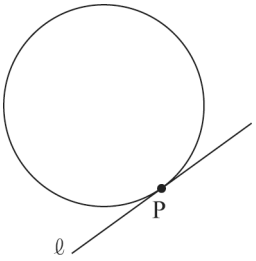
問１　線分 PQ の長さを求めなさい。

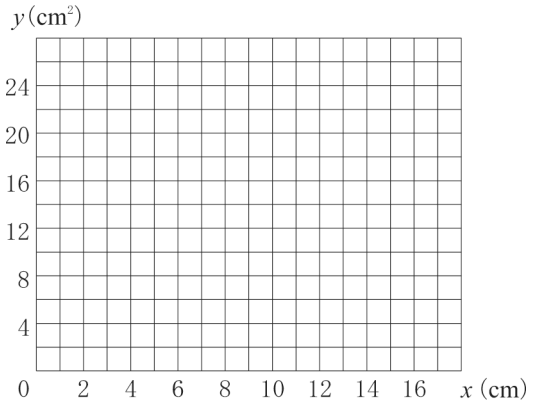
問２　三角錐(さんかくすい)AEPQ の体積と三角錐 RFPS の体積をそれぞれ求めなさい。

問３　五角形 ARSUT の面積を求めなさい。

問４　4 点 A，C，R，T を頂点とする立体の体積を求めなさい。

Ｒ４　山梨県　公立　数学　解答用紙

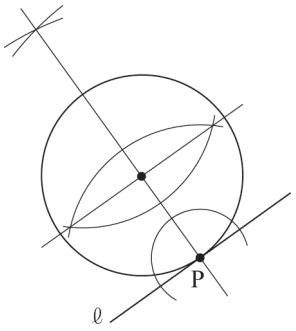
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-山梨-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			
数-22-公-山梨-KY-02	2	問１	$x=$		
		問２	度		
		問３	 (作図に用いた線は消さないこと。)		
		問４			
		問５			

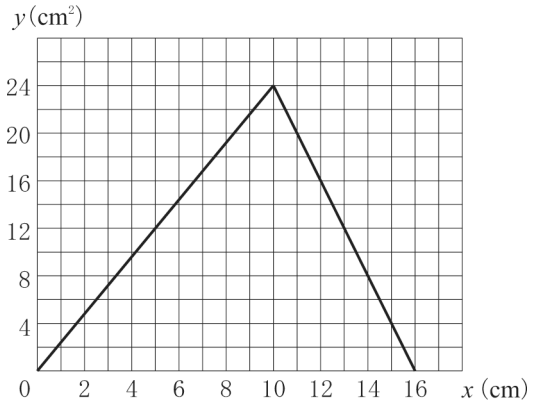
	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-分-山梨-KY-03	3	問１	(1)	点		
			(2)	〔説明〕		
		問２	(1)	cm^2		
			(2)			
			(3)	x の値		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-工業-KY-04	4	問１	(1)	回		
			(2)			
		問２	(1)	データ①　　回 データ②　　回		
			(2)	〔説明〕		

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-22-公-山梨-KY-06	5	問１	(1)	$\leqq y \leqq$		
			(2)	$y=$		
			(3)			
		問２	(1)	〔証明〕		
			(2)	AG : GD＝　　:		
数-22-公-山梨-KY-06	6	問１		cm		
		問２		三角錐 AEPQ　　cm^3 三角錐 RFPS　　cm^3		
		問３		cm^2		
		問４		cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-22-公-山梨-K-01	1	問１	-8	3	
		問２	$\frac{7}{5}$	3	
		問３	27	3	
		問４	$4\sqrt{3}$	3	
		問５	$-3x^2y$	3	
		問６	$13x-2y$	3	
数-22-公-山梨-K-02	2	問１	$x=\frac{-9\pm\sqrt{17}}{4}$	3	
		問２	116　度	3	
		問３	 (作図に用いた線は消さないこと。)	3	正答は，一例を示したものである。
		問４	イ	3	
		問５	$\frac{1}{6}$	3	

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-三梁-K-03	3	問1	(1)	56 点	3	
			(2)	〔説明〕 最終得点を求める式より， $6x-2(20-x)$ $=8x-40$ $=8(x-5)$ $x-5$ は整数だから，$8(x-5)$ は 8 の倍数である。 したがって，最終得点は，8 の倍数になる。	5	正答は，一例を示したものである。 【正答の条件】 8×(整数) の形の式に表して 8 の倍数であることを示すこと。
		問2	(1)	12 cm^2	3	
			(2)		3	
			(3)	x の値 $\frac{25}{3}$，11	4	

	問題番号		解答		配点	備考
数-22-公-山梨-水-04	4	問1	(1)	5 回	3	
			(2)	ウ，オ，カ	3	
		問2	(1)	データ① 19 回	2	
				データ② 23 回	2	
			(2)	〔説明〕 2つの箱ひげ図の箱の横の長さがほぼ同じで，4組のデータ②の箱の方が4組のデータ①の箱より右にあるから，4組のデータ②は，4組のデータ①より記録が伸びている。 〔別解〕 第1四分位数，第2四分位数，第3四分位数をそれぞれ比べると，4組のデータ②の方が4組のデータ①よりどれも大きいから，4組のデータ②は，4組のデータ①より記録が伸びている。	5	正答及び別解は，それぞれ一例を示したものである。 【正答の条件】 次のⓐまたはⓑについて記述していれば正答とする。 ⓐ4組のデータ②の箱の方がデータ①の箱より右にあること。 ⓑ四分位数で比べると4組のデータ②の方がデータ①より大きいこと。

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-22-公-I梨-K-05	5	問１	(1)	$0 \leqq y \leqq 12$	3	
			(2)	$y=2x+9$	3	
			(3)	54	3	
		問２	(1)	〔証明〕 △ABE と△ECF において 仮定より ∠ABE＝∠ECF　……① 三角形の内角の和は 180° だから ∠BAE＋∠AEB＋90°＝180° ∠BAE＝90°－∠AEB　……② 点 B，E，C は 1 つの直線上にあるから ∠CEF＋∠AEB＋90°＝180° ∠CEF＝90°－∠AEB　……③ ②，③より ∠BAE＝∠CEF　……④ ①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから △ABE∽△ECF	6	証明は，一例を示したものである。
			(2)	AG：GD＝13：14	3	
数-22-公-I梨-K-06	6	問１		$9\sqrt{2}$ cm	4	
		問２		三角錐 AEPQ　81 cm^3	2	
				三角錐 RFPS　3 cm^3	2	
		問３		$\frac{21\sqrt{17}}{2}$ cm^2	4	
		問４		48 cm^3	4	

数-22-公-山梨-KS-01

1　【計算分野】

問３　$(-6)^2-3^2=(-6)\times(-6)-3\times3=36-9=27$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

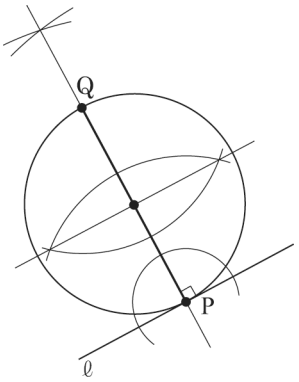
問４　$7\sqrt{3}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}=7\sqrt{3}-\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=7\sqrt{3}-\dfrac{9\sqrt{3}}{3}=7\sqrt{3}-3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

数-22-公-山梨-KS-02

2　【小問集合】

問３　**図１**のように，円の接線は接点を通る半径に垂直だから，点 P を通り直線ℓに垂直な直線をひく。
この直線と点 P 以外の円との交点を Q とすると，線分 PQ は円の直径となる。円の中心は直径の中点だから，線分 PQ の垂直二等分線をひき，線分 PQ と垂直二等分線の交点が円の中心となる。

図１



ポイント》図形問題を突破するには

①　問題文中から，条件となる情報をさがす！

②　①からわかることを発想として広げておく！

③　問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

問４　**ア**　(1 人分のジュースの量)＝(ジュースの全体の量)÷(人数)だから，
$y=\dfrac{1}{5}x$ と表せる。よって，y は x に比例する。

イ　(長方形の面積)＝(縦)×(横)だから，$xy=50$ であり，$y=\dfrac{50}{x}$ と表せる。よって，y は x に反比例する。

ウ　(道のり)＝(速さ)×(時間)だから，$y=3x$ と表せる。よって，y は x に比例する。

エ　定価の 20%引きは定価の 0.8 倍だから，(代金)＝(定価)×0.8 であり，$y=0.8x$ と表せる。よって，y は x に比例する。

ポイント》【関数の式と定数のまとめ】

・y は x に比例する　→　式は $y=ax$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x に反比例する　→　式は $y=\dfrac{a}{x}$，定数 a を「比例定数」という。

・y は x の 1 次関数である　→　式は $y=ax+b$，定数 a は「変化の割合」でグラフの「傾き」を，定数 b はグラフの「切片」を，それぞれ表す。

・y は x の 2 乗に比例する　→　式は $y=ax^2$，定数 a を「比例定数」という。

ポイント》「元の数量の○%増し」は「元の数量の(100＋○)%」
「元の数量の○%引き」は「元の数量の(100－○)%」

問５　大小２つのさいころの目の出方は全部で
$6\times6=36$(通り)
出た目の数の積が 10 の倍数となるのは，**表２**の四角で囲った数字の６通り。
よって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

表２

さいころの目の積		大きいさいころの目					
		1	2	3	4	5	6
小さいさいころの目	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8	[10]	12
	3	3	6	9	12	15	18
	4	4	8	12	16	[20]	24
	5	5	[10]	15	[20]	25	[30]
	6	6	12	18	24	[30]	36

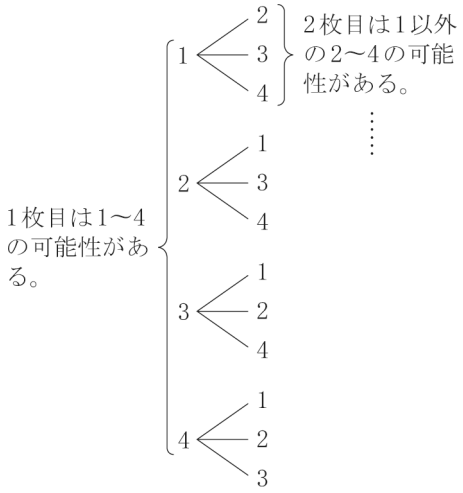
ポイント》確率の求め方

①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

②　問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③　さいころを２つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④　樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。
例：４枚のカード [1], [2], [3], [4] から２枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図

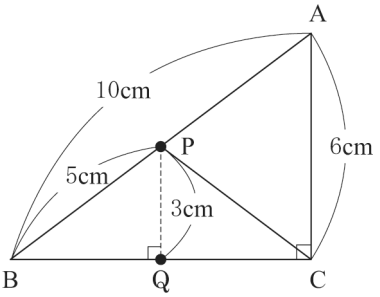


3 【式の利用，関数の利用】

問１　(1) 最終得点を求める式に $x=12$ を代入して，
$6\times12-2\times(20-12)=56$(点)

問２　(1) **図１**のように点 P が B から 5cm 動いた点から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を Q とする。
△ABC と△PBQ において，共通の角だから，∠ABC＝∠PBQ，
∠ACB＝90°であり，PQ⊥BC だから∠ACB＝∠PQB＝90°
2 組の角がそれぞれ等しいから，△ABC∽△PBQ
相似な図形の対応する辺の比はすべて等しいから，
AC：PQ＝AB：PB＝10：5＝2：1
AC＝6(cm)だから，AC：PQ＝6：PQ＝2：1
これを解いて，PQ＝3(cm)
△PBC の底辺を BC とすると高さは PQ だから，
$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times BC\times PQ=\frac{1}{2}\times8\times3=12(cm^2)$

図１



(2) **図２**のように点 P が辺 AB 上にあるとき，$0\leqq x\leqq10$ である。
(1)より，AC：PQ＝AB：PB＝10：x
AC＝6(cm)だから，AC：PQ＝6：PQ＝10：x
これを解いて，$PQ=\frac{3}{5}x$(cm)
△PBC の底辺を BC とすると高さは PQ だから，
$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times BC\times PQ=\frac{1}{2}\times8\times\frac{3}{5}x=\frac{12}{5}x(cm^2)$
よって，$0\leqq x\leqq10$ のとき，x と y の関係を表す式は，$y=\frac{12}{5}x$

図２

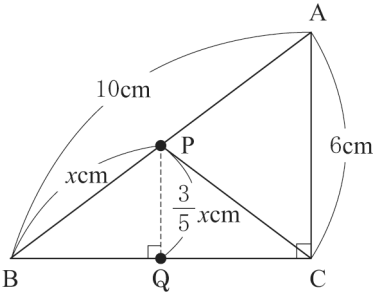
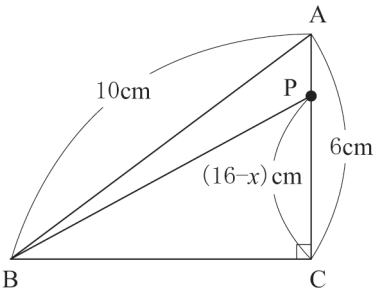


図３のように点 P が辺 AC 上にあるとき，$10\leqq x\leqq16$ である。
このとき，△PBC の底辺を BC とすると高さは PC である。
BA＋AC＝BA＋AP＋PC＝16(cm)
BA＋AP＝x(cm)だから，BA＋AP＋PC＝x＋PC＝16
PC＝16－x(cm)
$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times BC\times PC=\frac{1}{2}\times8\times(16-x)=64-4x(cm^2)$
よって，$10\leqq x\leqq16$ のとき，y と x の関係を表す式は，
$y=64-4x$

図３



(3) (2)のグラフと $y=20$ は，$0\leqq x\leqq10$ のとき 1 回，$10\leqq x\leqq16$ のとき 1 回交わる。
したがって，$0\leqq x\leqq10$ のときの y と x の関係を表す式 $y=\frac{12}{5}x$ に $y=20$ を代入して，$x=\frac{25}{3}$
$10\leqq x\leqq16$ のときの y と x の関係を表す式 $y=64-4x$ に $y=20$ を代入して，$x=11$

数-22-公-山梨-KS-04

4 【データの活用】

問１ (2) データ①，データ②の各階級の相対度数を求める。

表１より，データ②の方が相対度数が大きい階級は，15 回以上 20 回未満，25 回以上 30 回未満，30 回以上 35 回未満だから，答えは，**ウ**，**オ**，**カ**である。

表１

２組の練習の記録

記録(回)	度数(回)		相対度数		②の方が大きい場合○
	データ①	データ②	データ①	データ②	
以上　未満					
5 ～ 10	1	0	0.06	0	
10 ～ 15	3	2	0.19	0.17	
15 ～ 20	6	5	0.38	0.42	○
20 ～ 25	3	2	0.19	0.17	
25 ～ 30	2	2	0.13	0.17	○
30 ～ 35	1	1	0.06	0.08	○
合計	16	12			

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体(度数の合計)と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

$$\text{相対度数}=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

であり，分数ではなく，小数で表して答えることに注意しよう。

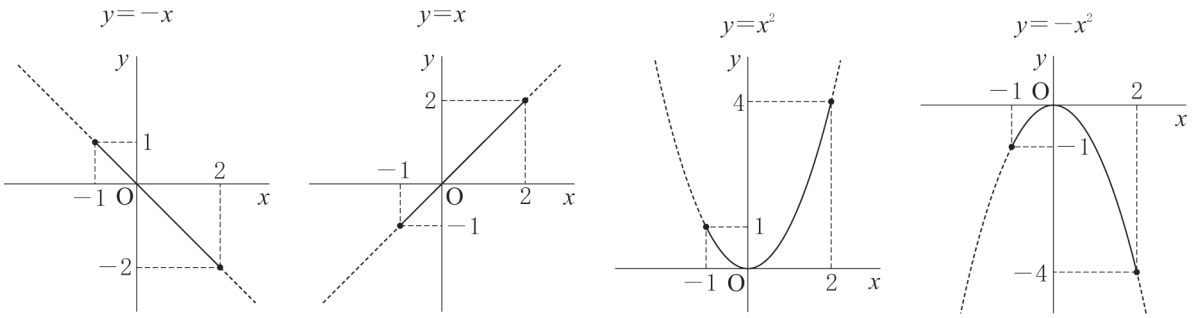
問２ (2) データ①，データ②のそれぞれの第 1 四分位数，中央値，第 3 四分位数について比較する。

数-22-公-山梨-KS-05

5 【関数のグラフと図形，平面図形】

問１ (1)

ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



$-2\leqq y\leqq 1$　　$-1\leqq y\leqq 2$　　$0\leqq y\leqq 4$　　$-4\leqq y\leqq 0$

特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

(2) **図1**のように点Aはx座標が-3であり，関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフ上にあるので，$y=\frac{1}{3}x^2$に$x=-3$を代入して，y座標は，

$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$　したがって，A$(-3,\ 3)$

点Cはx座標が9であり，関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフ上にあるので，

$y=\frac{1}{3}x^2$に$x=9$を代入して，y座標は，$y=\frac{1}{3}\times9^2=27$

したがって，C$(9,\ 27)$

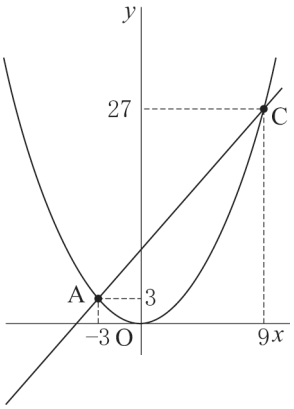
直線ACの傾きは，$\frac{27-3}{9-(-3)}=\frac{24}{12}=2$だから，直線ACの式は，

$y=2x+b$と表せる。

A$(-3,\ 3)$を通るから，$3=2\times(-3)+b$より，$b=9$

よって，直線ACの式は，$y=2x+9$

図1



ポイント≫直線の式の求め方

① $y=ax+b$とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x, y)：対応するx, yの値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2つの条件を見つけて代入する。

(3) △ABCを底辺と高さのわかる三角形に分割して面積を求める。

図2のように点Bからy軸に垂線をひき，直線ACとの交点をDとする。点Bはx座標が6であり，関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフ上にあるので，

$y=\frac{1}{3}x^2$に$x=6$を代入して，y座標は，$y=\frac{1}{3}\times6^2=12$

よって，B$(6,\ 12)$

点Dと点Bのy座標は等しいから，点Dのy座標は12であり，直線AC上の点だから直線ACの式$y=2x+9$に$y=12$を代入して，

$12=2x+9$より，$x=\frac{3}{2}$　したがって，D$\left(\frac{3}{2},\ 12\right)$

点B，Dのx座標より，BD$=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

△ABDの底辺をBDとしたとき，△ABDの高さは**図2**の①だから，

点Dのy座標から点Aのy座標をひいて，

(△ABDの高さ)$=12-3=9$

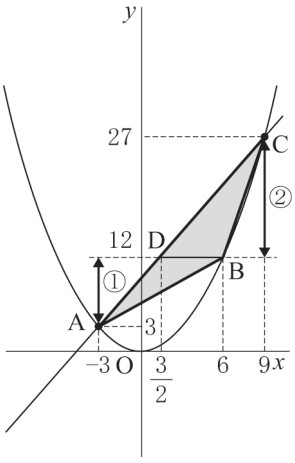
したがって，△ABD$=\frac{1}{2}\times$BD$\times$(△ABDの高さ)$=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times9=\frac{81}{4}$

△CBDの底辺をBDとしたとき，△CBDの高さは**図2**の②だから，点Cのy座標から点Dのy座標をひいて，(△CBDの高さ)$=27-12=15$

したがって，△CBD$=\frac{1}{2}\times$BD$\times$(△CBDの高さ)$=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times15=\frac{135}{4}$

よって，△ABC$=$△ABD$+$△CBD$=\frac{81}{4}+\frac{135}{4}=54$

図2



別解

図３のように，３点 A，B，C から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点をそれぞれ D，E，F とする。

△ABC＝(台形 ADFC の面積)－(台形 ADEB の面積)－(台形 BEFC の面積)で求める。

(台形 ADFC の面積) $=\frac{1}{2}\times(AD+CF)\times DF$

$=\frac{1}{2}\times(3+27)\times 12=180$

(台形 ADEB の面積) $=\frac{1}{2}\times(AD+BE)\times DE$

$=\frac{1}{2}\times(3+12)\times 9=\frac{135}{2}$

(台形 BEFC の面積) $=\frac{1}{2}\times(BE+CF)\times EF$

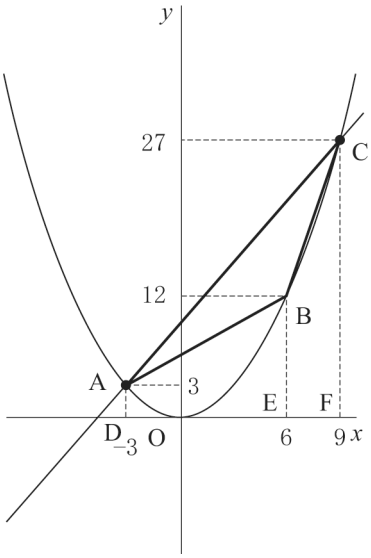
$=\frac{1}{2}\times(12+27)\times 3=\frac{117}{2}$

△ABC ＝(台形 ADFC の面積)

－(台形 ADEB の面積)－(台形 BEFC の面積)

$=180-\frac{135}{2}-\frac{117}{2}=54$

図３



問２　(2) △ABE と△FDG において，

四角形 ABCD は正方形だから，

∠ABE＝∠FDG＝90°…①

AE⊥EF，FG⊥EF だから，AE ∥ FG

平行線の同位角は等しいから，∠GAE＝∠DGF…②

平行線の錯角は等しいから，∠GAE＝∠BEA…③

②，③より，∠BEA＝∠DGF…④

①，④より，２組の角がそれぞれ等しいから，

△ABE∽△FDG…⑤

△ABE∽△ECF より，対応する辺の比はすべて等しいから，

AB : EC＝BE : CF

四角形 ABCD は正方形だから，AB＝BC＝BE＋EC

AB＝3(cm)，BE＝2(cm)，EC＝3－2＝1(cm)だから，3 : 1＝2 : CF

これを解いて，$CF=\frac{2}{3}$(cm)だから，$DF=CD-CF=3-\frac{2}{3}=\frac{7}{3}$(cm)

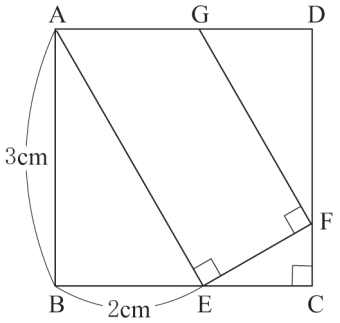
⑤より，AB : FD＝BE : DG

AB＝3(cm)，BE＝2(cm)，$FD=\frac{7}{3}$(cm)だから，$3:\frac{7}{3}=2:GD$

これを解いて，$GD=\frac{14}{9}$(cm)

よって，$AG:GD=\left(3-\frac{14}{9}\right):\frac{14}{9}=\frac{13}{9}:\frac{14}{9}=13:14$

図４



ポイント》図形問題を突破するには

①　問題文中から，条件となる情報をさがす！

②　①からわかることを発想として広げておく！

③　問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！

④　前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

6 【空間図形】

問１　**図１**のように△EPQ について考える。

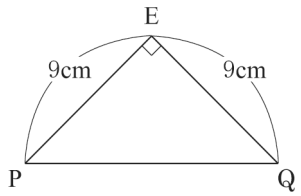
∠PEQ＝90°だから，△EPQ は直角三角形である。

三平方の定理より，$PQ^2=EP^2+EQ^2$

EP＝EQ＝9(cm)だから，$PQ^2=9^2+9^2=162$

PQ＞0 より，$PQ=9\sqrt{2}$(cm)

図１



問２　**図２**のように三角錐 AEPQ について考える。

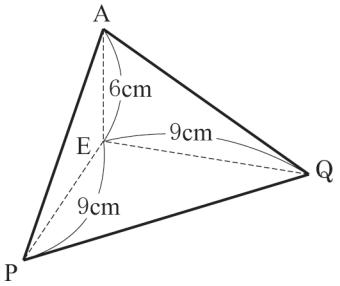
三角錐 AEPQ の底面を△EPQ とすると高さは AE である。

$\triangle EPQ=\frac{1}{2}\times EP\times EQ=\frac{1}{2}\times 9\times 9=\frac{81}{2}(cm^2)$

(三角錐 AEPQ の体積)$=\frac{1}{3}\times\triangle EPQ\times AE$

$=\frac{1}{3}\times\frac{81}{2}\times 6=81(cm^3)$

図２



平面 AEQ // 平面 RFS だから，三角錐 AEPQ と
三角錐 RFPS は相似である。

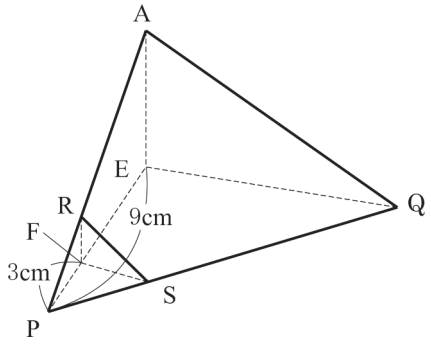
図３より，PE：PF＝9：3＝3：1

したがって，三角錐 AEPQ と三角錐 RFPS の相似比は
3：1 だから，体積比は $3^3:1^3=27:1$ である。

(三角錐 AEPQ の体積)＝81(cm³)だから，
　(三角錐 AEPQ の体積)：(三角錐 RFPS の体積)
＝81：(三角錐 RFPS の体積)＝27：1
これを解いて，

(三角錐 RFPS の体積)$=\frac{1}{27}\times 81=3(cm^3)$

図３



問３　五角形 ARSUT を三角形の組み合わせにして面積を求める。

図４より，(五角形 ARSUT の面積)＝△APQ－△RPS－△TUQ

（ｉ）△APQ の面積を求める。

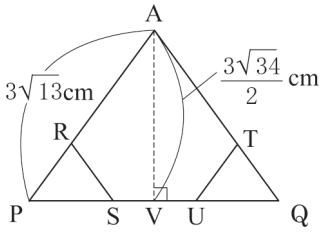
△AEP は∠AEP＝90°，AE＝6(cm)，EP＝9(cm)の直角三角形だから，三平方の定理より，$AP^2=AE^2+EP^2=36+81=117$

AP＞0 より，$AP=3\sqrt{13}$(cm)

△AEQ についても同様にして，$AQ=3\sqrt{13}$(cm)

したがって，△APQ は AP＝AQ の二等辺三角形である。

図４



頂点 A から辺 PQ に垂線をひき，辺 PQ との交点を V とすると，二等辺三角形の性質より，
∠AVP＝∠AVQ＝90°，PV＝QV である。

問１より $PQ=9\sqrt{2}$(cm)だから，$PV=QV=\frac{9\sqrt{2}}{2}$(cm)

△APV は∠AVP＝90°の直角三角形だから，三平方の定理より，

$AV^2=AP^2-PV^2=117-\frac{81}{2}=\frac{153}{2}$　AV＞0 より，$AV=\frac{3\sqrt{34}}{2}$(cm)

したがって，$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times PQ\times AV=\frac{1}{2}\times 9\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{34}}{2}=\frac{27\sqrt{17}}{2}(cm^2)$…①

（ⅱ）△RPS∽△APQ であることを示して，△RPS と△TUQ の面積を求める。

図５

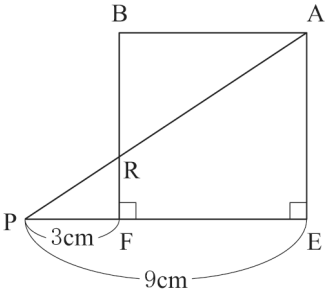


図５より，△PFR と△PEA において，RF ∥AE だから，
△PFR∽△PEA
相似比は PF：PE＝1：3 だから，PR：PA＝PF：PE＝1：3…②
同様にして，△QHT と△QEA において，
QT：QA＝QH：QE＝1：3…③

図６より，△PFS と△PEQ において，FS ∥EQ だから，
△PFS∽△PEQ
相似比は，PS：PQ＝PF：PE＝1：3…④
同様にして，△QHU と△QEP において，HU ∥EP だから，
△QHU∽△QEP
相似比は，QU：QP＝QH：QE＝1：3…⑤

図６

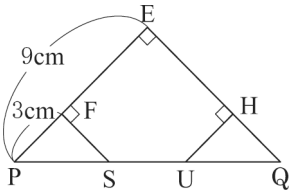


図４の△RPS と△APQ において，共通の角だから，∠RPS＝∠APQ
②，④より，PR：PA＝PS：PQ＝1：3
よって，2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，
△RPS∽△APQ であり，相似比は 1：3 だから面積比は，$1^2:3^2=1:9$　$\triangle RPS=\frac{1}{9}\triangle APQ$

③，⑤より，同様にして，△TUQ∽△APQ で，面積比は，$1^2:3^2=1:9$　$\triangle TUQ=\frac{1}{9}\triangle APQ$

①より，$\triangle APQ=\frac{27\sqrt{17}}{2}(cm^2)$だから，

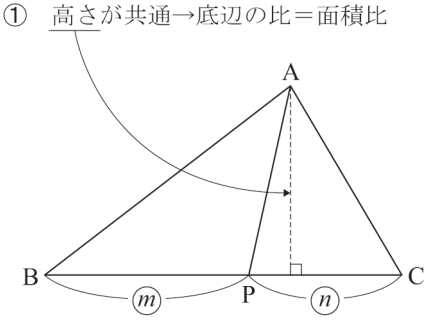
（五角形 ARSUT の面積）＝△APQ－△RPS－△TUQ＝$\triangle APQ-\frac{1}{9}\triangle APQ-\frac{1}{9}\triangle APQ$

$$=\frac{7}{9}\triangle APQ=\frac{7}{9}\times\frac{27\sqrt{17}}{2}=\frac{21\sqrt{17}}{2}(cm^2)$$

参考
△RPS∽△APQ について，**問２**と同様に平面 AEQ ∥平面 RFS であり，
PE：PF＝9：3＝3：1 だから，△RPS∽△APQ の相似比は 3：1 と考えることもできる。

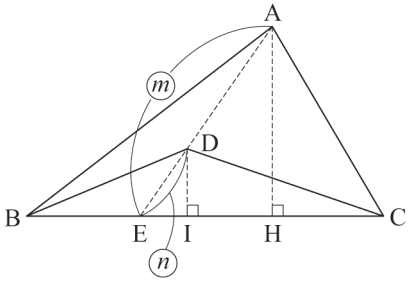
ポイント》【図形問題突破のポイント】
① 問題文中から，条件となる情報をさがす！
② ①からわかることを発想として広げておく！
③ 問われていることを導き出すのに必要なものを逆算して，②の中から取捨選択する！
④ 前問からの発展の場合は，その結果を使う可能性大！（条件が変わっている可能性もあるので要注意）

ポイント》面積比は 3 パターン！
① 高さが共通→底辺の比＝面積比



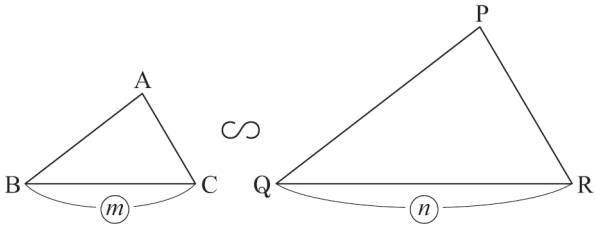
△ABP：△ACP＝BP：PC＝m：n

② 底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH：DI＝AE：DE
△ABC：△DBC＝AH：DI＝AE：DE＝m：n

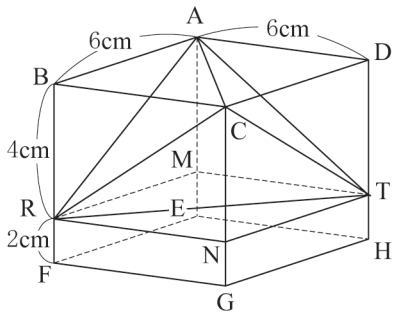
③ 相似→相似比の２乗



△ABC∽△PQRで，相似比がm：nのとき，
△ABC：△PQR＝m^2：n^2

問４ 点R，Tをふくみ，平面EFGHと平行な面と辺AE，CGとの交点をそれぞれM，Nとすると，求める体積は，**図７**のような直方体 ABCD－MRNT の内部にある四面体ACRTである。

図７



四面体ACRTの体積は，直方体ABCD－MRNTの体積から，４個の三角錐ABCR，ACDT，ARMT，CRNTの体積をひいたものである。

AE：RF＝PE：PF＝3：1，AE＝6(cm)だから，

$RF=\frac{1}{3}\times 6=2$(cm)

BR＝BF－RF＝6－2＝4(cm)となるから，

(直方体ABCD－MRNTの体積)＝AB×BC×BR＝6×6×4＝144(cm^3)

三角錐ABCRの体積は底面を△ABCとすると，$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AB\times BC=\frac{1}{2}\times 6\times 6=18$(cm^2)

三角錐ABCRの高さはBR＝4(cm)

(三角錐ABCRの体積)$=\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times BR=\frac{1}{3}\times 18\times 4=24$(cm^3)

他の三角錐ACDT，ARMT，CRNTも同様にして，体積は全て24(cm^3)

したがって，(四面体ACRTの体積)＝(直方体ABCD－MRNTの体積)－4×(三角錐の体積)

＝144－4×24＝48(cm^3)

別解

求める体積の立体は，**図８**のような直方体の内部にある四面体 ACRT である。

対角線 AC と対角線 BD の交点を M として，四面体 ACRT を**図９**のように，平面 BRTD で 2 個の三角錐 ARMT と CRMT に分割する。

平面 BRTD による四面体 ACRT の断面図は**図10** のようになる。

図８

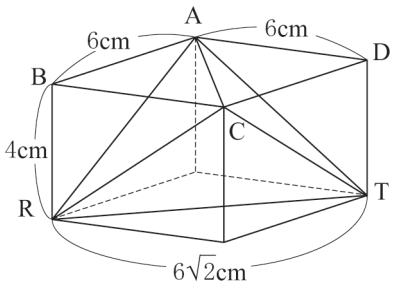


図９

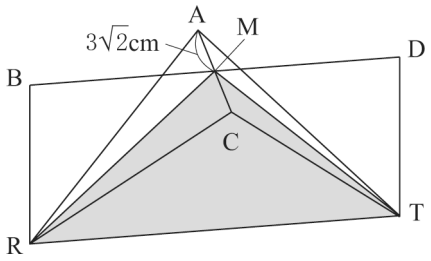
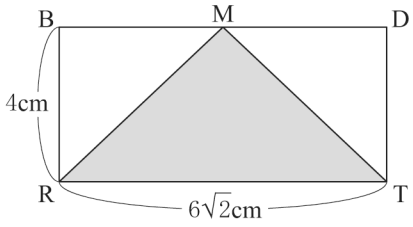


図10



三角錐 ARMT の底面を△MRT とすると，RT は 1 辺を 6cm とする正方形の対角線の長さになるから，RT＝$6\sqrt{2}$(cm)，△MRT の高さは BR と等しく，AE：RF＝PE：PF＝3：1，AE＝6(cm)だから，

RF＝$\frac{1}{3}$×6＝2(cm)

BR＝BF－RF＝6－2＝4(cm)

したがって，△MRT＝$\frac{1}{2}$×RT×BR＝$\frac{1}{2}$×$6\sqrt{2}$×4＝$12\sqrt{2}$(cm^2)

底面を△MRT としたときの三角錐 ARMT の高さは AM で，AC＝RT だから，AM＝$\frac{1}{2}$×RT＝$3\sqrt{2}$(cm)

(三角錐 ARMT の体積)＝$\frac{1}{3}$×△MRT×AM＝$\frac{1}{3}$×$12\sqrt{2}$×$3\sqrt{2}$＝24(cm^3)

三角錐 CRMT の体積も同様にして

(三角錐 CRMT の体積)＝$\frac{1}{3}$×△MRT×CM＝$\frac{1}{3}$×$12\sqrt{2}$×$3\sqrt{2}$＝24(cm^3)

よって求める体積は，

(三角錐 ARMT の体積)＋(三角錐 CRMT の体積)＝24＋24＝48(cm^3)