Ｒ６　山梨県　公立　数学　問題

数-24-公-山梨-問-01

1　次の計算をしなさい。

問１　$7+(-11)$

問２　$\frac{8}{3}\div(-6)-\frac{1}{9}$

問３　$(-9)^2-5^2$

問４　$3\sqrt{5}+\sqrt{10}\div\sqrt{2}$

問５　$-3x^2y\times4y^2\div(-6xy^2)$

問６　$\frac{x+y}{4}-\frac{x-y}{8}$

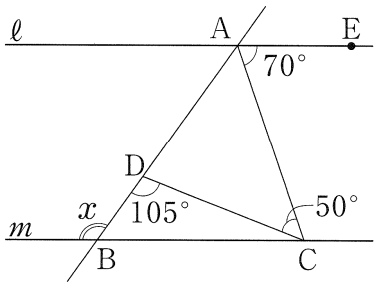
数-24-公-山梨-問-02

2　次の問題に答えなさい。

問１　２次方程式 $x^2+4x-2=0$ を解きなさい。

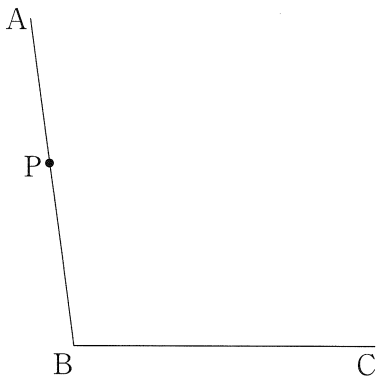
問２　右の図において，２つの直線 ℓ，m は平行である。点 A，E は直線 ℓ 上の点，点 B，C は直線 m 上の点，点 D は直線 AB 上の点である。また，$\angle EAC=70^\circ$，$\angle DCA=50^\circ$，$\angle CDB=105^\circ$ である。

このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



問３　右の図において，半直線 BA，BC をともに接線とし，半直線 BA との接点を点 P とするような円の中心を作図によって求めなさい。そのとき，求めた点を● で示しなさい。

　ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



問４　y は x に反比例し，$x=-1$ のとき $y=-4$ である。このとき，この関係を表すグラフ上にある x 座標と y 座標がともに整数となる点の個数を求めなさい。

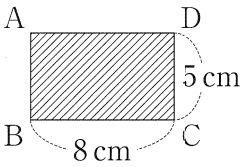
問５　箱の中に，赤球 2 個，青球 1 個，白球 2 個が入っている。この箱の中から球を同時に 2 個取り出したとき，取り出した球の中に青球が含まれる確率を求めなさい。

　ただし，どの球を取り出すことも同様に確からしいものとする。

3 次の**問１**，**問２**に答えなさい。

問１　縦の長さが 5 cm，横の長さが 8 cm の長方形の厚紙が 4 枚ある。これらの一部を切り取って異なる多角形の厚紙を作り，厚紙より大きい長方形の封筒の中に 1 枚ずつ入れた。

もとの厚紙を右のような長方形 ABCD とし，**図１**は，それぞれの多角形の厚紙を，封筒の右端から矢印の方向へ x cm 引き出した様子を模式的に表している。点 B，C は直線 ℓ 上にあり，封筒から出ている部分の面積を y cm^2 とすると，y は x の関数である。4 つの多角形の，x と y の関係をそれぞれグラフに表したところ，**図２**のような折れ線となるものがあった。



このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図１

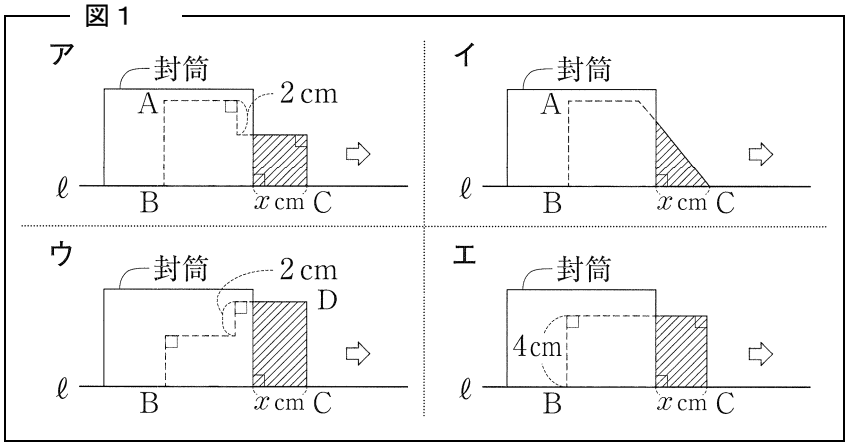
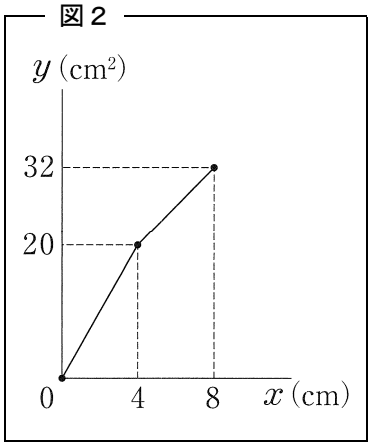


図２



(1)　**図２**が表している x と y の関係は，どの多角形を引き出した場合であるか。その様子を表したものを，**図１**の**ア**～**エ**から**１つ**選び，その記号を書きなさい。

(2)　**図２**のグラフについて，x の変域が $4 \leqq x \leqq 8$ のとき，y を x の式で表しなさい。

問２　「塩こうじ」という発酵調味料がある。野菜の分量に対して 12%の分量の「塩こうじ」で漬けて「野菜の塩こうじ漬け」を作る。

A さんは，にんじんと白菜の分量の比が 1 : 7 で書かれていたレシピをもとに，野菜の分量を n g としたときの材料の分量を**表**のようにまとめた。

このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

表

材料		分量(g)
野菜	にんじん	☐
	白菜	$\frac{7}{8}n$
塩こうじ		$n \times \frac{12}{100} = \frac{3}{25}n$

(1)　**表**の ☐ に当てはまる数量を，n を使った式で表しなさい。

(2) 「塩こうじ」が 27 g ある。これを使って「野菜の塩こうじ漬け」を**表**のとおり作る。240 g の野菜をすべて漬けようとするとき，「塩こうじ」はこの分量で足りるか。次の**ア**，**イ**から正しいものを **1 つ**選び，その記号を書きなさい。また，それが正しいことの理由を**表**の式をもとに根拠を示して説明しなさい。

ア　「塩こうじ」は 27 g で足りる。　　**イ**　「塩こうじ」は 27 g では足りない。

(3) A さんが，「野菜の塩こうじ漬け」を作るために野菜を用意したところ，にんじんと白菜の分量の比が 1 : 10 であった。そこで，にんじんを 15 g 増やし，にんじんと白菜の分量の比が 1 : 7 になるよう調整した。このとき，必要な「塩こうじ」の分量を求めなさい。

数-24-公-山梨-問-04

4　B さんの中学校では，PC・タブレットなどの ICT 機器のキーボードを用いた文字入力の練習会を行っている。

このとき，次の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

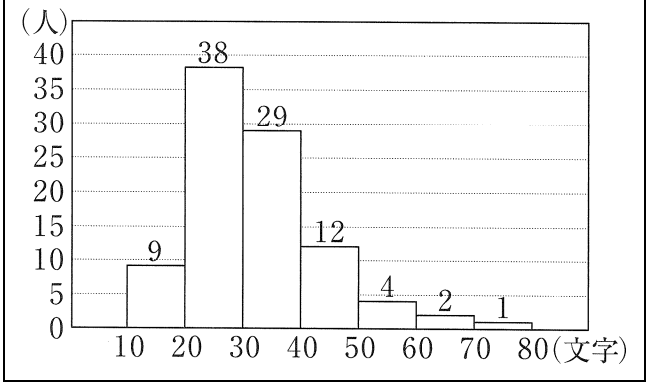
問 1　B さんは，所属する学年の生徒 95 人で行われた，ある日の練習会における 1 分間あたりの文字入力数を記録し，**図 1** のようなヒストグラムに表した。また，長方形の上に示されている数は，それぞれの階級の度数を表している。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 中央値が含まれる階級を求めなさい。

(2) 1 分間あたりの文字入力数が 40 文字以上の生徒の人数の割合は，全体の何%か求めなさい。

図 1



問２　B さんは，数か月後に行われた練習会で全校生徒 285 人を対象に 1 分間あたりの文字入力数を調べた。その際，1 日あたりの ICT 機器を学習に用いた時間についても調べ，60 分未満 (①) の生徒と 60 分以上 (②) の生徒に分け，それぞれについて相対度数を求め，右のような度数分布表に表した。

このとき，次の (1)，(2) に答えなさい。

文字入力数（文字）	60分未満（①）		60分以上（②）	
	度数（人）	相対度数	度数（人）	相対度数
以上　未満				
10 ～ 20	11	0.07	0	0.00
20 ～ 30	28	0.17	2	0.02
30 ～ 40	77	0.47	9	0.07
40 ～ 50	31	0.19	28	0.23
50 ～ 60	13	0.08	56	0.46
60 ～ 70	3	0.02	21	0.17
70 ～ 80	0	0.00	6	0.05
合計	163	1.00	122	1.00

(1) 2 つの分布の傾向を比べるために，相対度数を用いることについて，次のように**理由**を示した。 X に当てはまるものを下の**ア**～**エ**から **1 つ**選び，その記号を書きなさい。

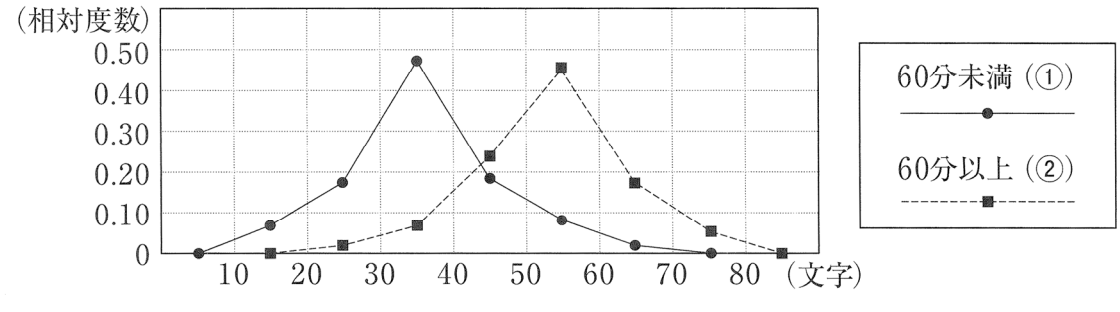
理由

①と②のそれぞれの [X] が異なるから。

ア　学習時間の合計　　**イ**　最大値　　**ウ**　範囲　　**エ**　全体の度数

(2) **図２**は度数分布表をもとに，横軸を文字入力数，縦軸を相対度数として度数分布多角形（度数折れ線）に表したものである。**図２**から「1 日あたりの ICT 機器を学習に用いた時間が 60 分以上 (②) の生徒は，60 分未満 (①) の生徒より，1 分間あたりの文字入力数が多い傾向にある」と主張することができる。そのように主張することができる根拠を，2 つの度数分布多角形の特徴を比較して説明しなさい。

図２



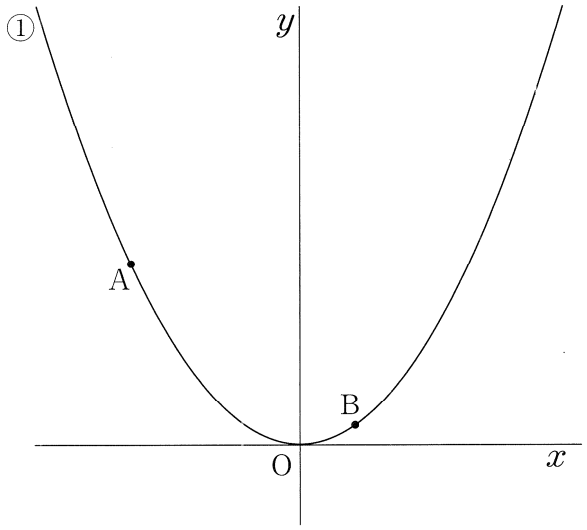
5 **図１**，**図２**において，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフであり，点 A，B は①上にある。また，点 A の座標は（−3，3），点 B の y 座標は $\frac{1}{3}$ である。ただし，点 B の x 座標は正とする。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

問１　点 B の x 座標を求めなさい。

問２　①の関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ において，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

図１



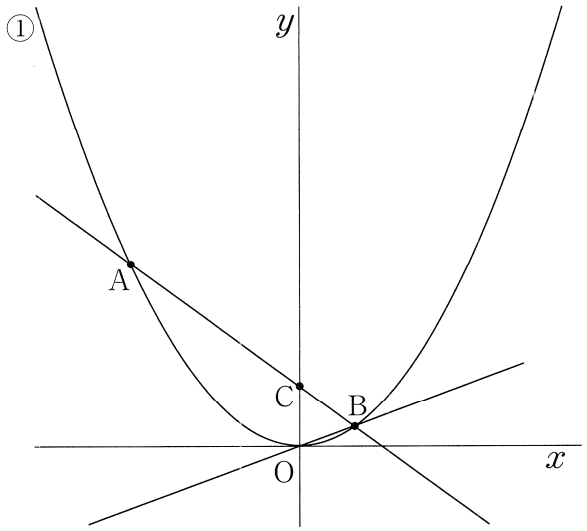
問３　**図２**において，直線 AB と y 軸との交点を点 C とする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 点 A を通り直線 OB に平行な直線と，y 軸との交点を点 P とするとき，△COB と△CPA の面積比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) x 軸上にある点 Q の x 座標を t とするとき，△AQB の面積が△AOB の面積の 2 倍となるような t の値をすべて求めなさい。

図２

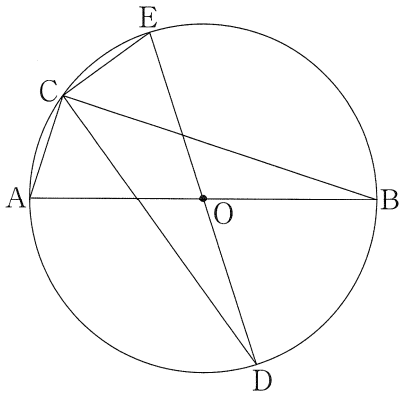


6 次の**問１**，**問２**に答えなさい。ただし，円周率はπとする。

問１　**図１**において，点Oは線分ABを直径とする円の中心であり，3点C，D，Eは円Oの周上にある点である。5点A，B，C，D，Eは，**図１**のようにA，D，B，E，Cの順で並んでいる。また，点D，O，Eは一直線上にあり，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$である。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図１



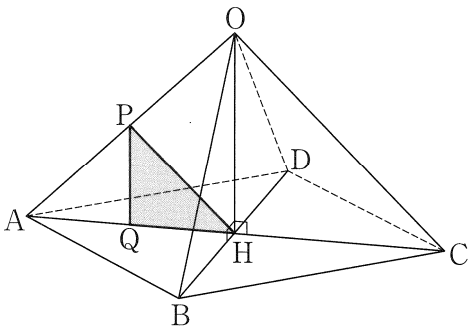
(1) △ABC≡△EDCとなることを証明しなさい。

(2) AB＝8 cm，∠ABC＝18°のとき，点Aを含まない$\overset{\frown}{EB}$の長さを求めなさい。

問２　**図２**のような底面が正方形である正四角錐(すい)OABCDがある。底面の対角線の交点をH，辺OAの中点をP，線分AHの中点をQとする。また，底面の対角線の長さは$4\sqrt{2}$ cm，線分OHの長さは$2\sqrt{2}$ cmである。

このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

図２



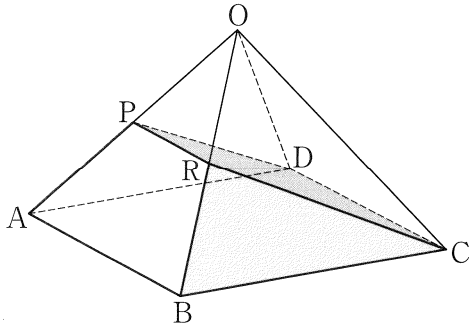
(1) 辺OAの長さを求めなさい。

(2) △PQHを，直線OHを軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。

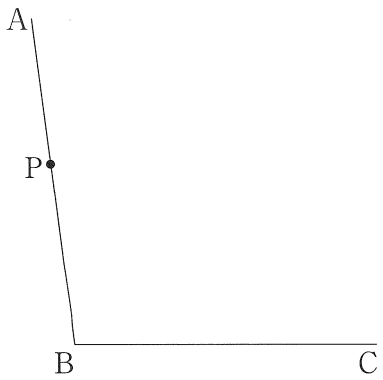
(3) **図３**のように，**図２**の正四角錐において，辺OBの中点をRとする。

このとき，6点P，R，A，B，C，Dを頂点とする立体の体積を求めなさい。

図３



Ｒ６　山梨県　公立　数学　解答用紙

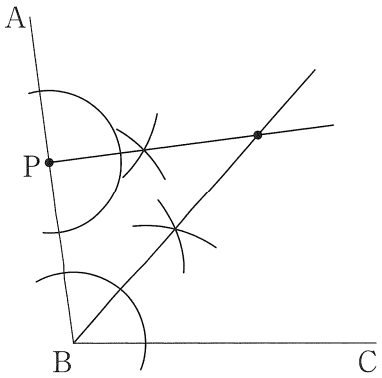
	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-山梨-KY-01	1	問１			
		問２			
		問３			
		問４			
		問５			
		問６			
数-24-公-山梨-KY-02	2	問１	$x=$		
		問２	度		
		問３	(作図に用いた線は消さないこと。)		
		問４	個		
		問５			

	問題番号			解　　答	配点	備　　考
数-24-公-山梨-KY-03	3	問１	(1)			
			(2)	$y=$		
		問２	(1)			
			(2)	記号 〔説明〕		
			(3)	g		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-コ梨-KY-04	4	問１	(1)	文字以上　　文字未満		
			(2)	%		
		問２	(1)			
			(2)	〔説明〕		
数-24-公-コ梨-KY-05	5	問１	$x=$			
		問２				
		問３	(1)	△COB : △CPA :		
			(2)	t の値		

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-コ梨-KY-06	6	問１	(1)	〔証明〕		
			(2)	cm		
		問２	(1)	cm		
			(2)	cm^3		
			(3)	cm^3		

数学　解答

	問題番号		解　　答	配点	備　　考
数-24-公-山梨-K-01	1	問１	-4	3	
		問２	$-\frac{5}{9}$	3	
		問３	56	3	
		問４	$4\sqrt{5}$	3	
		問５	$2xy$	3	
		問６	$\frac{x+3y}{8}$	3	
数-24-公-山梨-K-02	2	問１	$x=-2\pm\sqrt{6}$	3	
		問２	125　度	3	
		問３	（作図に用いた線は消さないこと。）	3	正答は，一例を示したものである。
		問４	6　個	3	
		問５	$\frac{2}{5}$	3	

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-山梨-K-03	3	問1	(1)	ウ	3	
			(2)	$y=3x+8$	3	
		問2	(1)	$\frac{1}{8}n$	3	
			(2)	記号　イ 〔説明〕 $\frac{3}{25}n$ に $n=240$ を代入すると，28.8 になるから〔これは，27 より大きいので，240 g の野菜をすべて使うとき，「塩こうじ」は 27 g では足りない〕。 (別解) $\frac{3}{25}n=27$ とすると，$n=225$ になるから 〔これは，240 より小さいので，240 g の野菜をすべて使うとき，「塩こうじ」は 27 g では足りない〕。	5	正答及び別解は，それぞれ一例を示したものである。 【正答の条件】 次のⓐ，ⓑ，ⓒのいずれかについて記述していれば正答とする。〔 〕内の記述がない場合も正答とする。 ⓐ表の「塩こうじ」の分量を表した式に，$n=240$を代入し，得られた結果を示している。 ⓑ表の「塩こうじ」の分量を表した式と27の関係から方程式をつくり，それを解いて，得られた結果を示している。 ⓒ表の式に $n=240$ を代入し，にんじんと白菜の分量を求め，それぞれに必要な「塩こうじ」の分量の和を示している。
			(3)	48　g	4	

	問題番号		解答		配点	備考
数-24-公-山梨-K-04	4	問1	(1)	30　文字以上　40　文字未満	3	
			(2)	20　%	3	
		問2	(1)	エ	3	
			(2)	〔説明〕 2つの度数分布多角形は同じような形で，60分未満（①）の度数分布多角形よりも60分以上（②）の度数分布多角形の方が右側にあるから。 (別解) 2つの度数分布多角形は同じような形で，60分以上（②）の度数分布多角形よりも60分未満（①）の度数分布多角形の方が左側にあるから。	5	正答及び別解は，それぞれ一例を示したものである。
数-24-公-山梨-K-05	5	問1	$x=1$		3	
		問2	$0 \leqq y \leqq 3$		3	
		問3	(1)	△COB : △CPA 1 : 9	4	
			(2)	t の値 $-\frac{3}{2}$, $\frac{9}{2}$	4	

	問題番号		解　　答		配点	備　　考
数-24-公-三梨-K-06	6	問１	(1)	〔証明〕 △ABC と△EDC において AB と ED は直径であるから， AB＝ED　　……① 仮定から，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$より， 1 つの円において等しい弧に対する円周角が等しいので， ∠ABC＝∠EDC　　……② ∠ACB と∠ECD は直径に対する円周角のため， ∠ACB＝∠ECD＝90°　　……③ ①，②，③より， 2 つの直角三角形において，斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから， △ABC≡△EDC	6	証明は，一例を示したものである。
			(2)	$\frac{12}{5}\pi$　cm	4	
		問２	(1)	4　cm	3	
			(2)	$\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$　cm^3	4	
			(3)	$\frac{20\sqrt{2}}{3}$　cm^3	4	

数-24-公-山梨-KS-01

1　【計算分野】

問３　$(-9)^2-5^2=(-9)\times(-9)-(5\times5)=81-25=56$

ポイント》累乗の“効力”に注意！

$-\boxed{5^2}=-(5\times5)=-25$　$\boxed{(-5)^2}=(-5)\times(-5)=25$

⇒ このように，指数がどこまで影響しているかに気を付けて計算しよう！

問６　$\dfrac{x+y}{4}-\dfrac{x-y}{8}=\dfrac{2(x+y)}{8}-\dfrac{x-y}{8}=\dfrac{2(x+y)-(x-y)}{8}=\dfrac{2x+2y-x+y}{8}=\dfrac{x+3y}{8}$

数-24-公-山梨-KS-02

2　【小問集合】

問１　２次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\dfrac{-4\pm\sqrt{24}}{2}=\dfrac{-4\pm2\sqrt{6}}{2}=-2\pm\sqrt{6}$

問２　△ADC の内角と外角の関係より，∠DAC＝∠BDC－∠ACD＝105°－50°＝55°

$\ell /\!/ m$ より，錯角は等しいから，∠x＝∠BAE＝∠DAC＋∠EAC＝55°＋70°＝125°

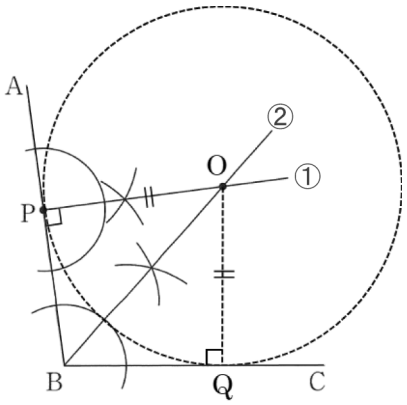
問３　半直線 BA，BC をともに接線とし，半直線 BA との接点を点 P とするような円は，**図１**の円 O のような円である。

OP⊥AB より，点 P を通り，半直線 BA に垂直な直線①をひく必要がある。

また，円 O と接線 BC の接点を Q とすると，OP＝OQ より，∠ABC の二等分線②をひく必要がある。

よって，①，②の交点が求める点である。

図１

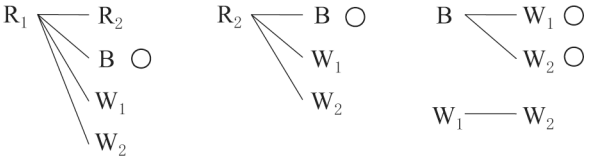


問４　y は x に反比例するから，$y=\dfrac{a}{x}$ とおくことができる。よって，$a=xy$ より，$x=-1$，$y=-4$ を代入すると，$a=(-1)\times(-4)=4$ より，関数の式は，$y=\dfrac{4}{x}$ とわかる。この式を満たすような整数 x，y の組は，$(x,\ y)=(-4,\ -1)$，$(-2,\ -2)$，$(-1,\ -4)$，$(1,\ 4)$，$(2,\ 2)$，$(4,\ 1)$ の 6 組あるから，関数 $y=\dfrac{4}{x}$ のグラフ上にある x 座標と y 座標がともに整数となる点は 6 個ある。

問５　箱の中に入っている 2 個の赤球をそれぞれ R_1，R_2，1 個の青球を B，2 個の白球をそれぞれ W_1，W_2 と表す。2 個の球の取り出し方を樹形図で表すと**図２**のようになり，その総数は 10 通りとわかる。

そのうち，取り出した球の中に青球が含まれるのは，○印の 4 通りだから，求める確率は，$\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$ である。

図２



ポイント》確率の求め方

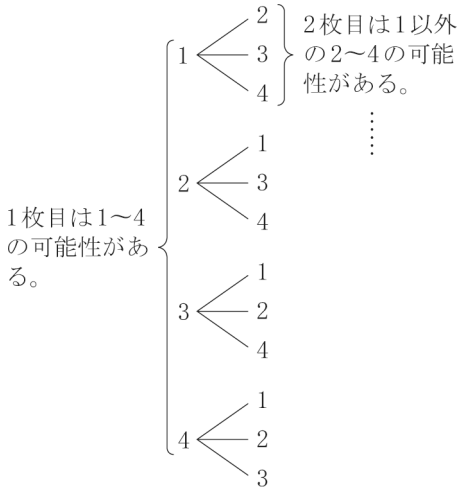
①　問題文中における，「～とき」の箇所がその問いで「行うこと」を表し，その場合の数が，確率の公式における分母となる。

② 問題文中における，「～確率」の箇所がその問いで「起こること」を表し，その場合の数が，確率の公式における分子となる。

③ さいころを 2 つ投げる場合は表を，その他の場合は樹形図を使うのが基本。

④ 樹形図は「起こりうる可能性」を縦に並べてかいていく。

例：4 枚のカード 1，2，3，4 から 2 枚を選んで並べるときの並べ方を表す樹形図



数-24-公-山梨-KS-03

3 【関数の利用，方程式の利用】

問 1 (1) $0 \leqq x \leqq 4$ のときと，$4 \leqq x \leqq 8$ のときで，それぞれの y の値の変化の仕方を比べると，$0 \leqq x \leqq 4$ のときの方が y の値が大きく増えていることがわかる。

アは，**図 1** の①の部分が封筒から出るときよりも，②の部分が封筒から出るときの方が，面積が大きく増えるので，不適切である。

イは，**図 2** の③の部分が封筒から出るときよりも，④の部分が封筒から出るときの方が，面積が大きく増えるので，不適切である。

ウは，**図 3** の⑥の部分が封筒から出るときよりも，⑤の部分が封筒から出るときの方が，面積が大きく増えるので，適切である。

エは，封筒から出ている部分の面積が，$0 \leqq x \leqq 8$ のとき $4x\,\mathrm{cm}^2$ であり，面積の増え方が途中で変化することはないので，不適切である。

図 1

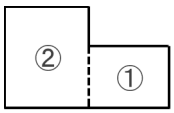


図 2

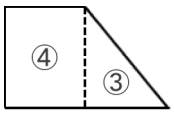
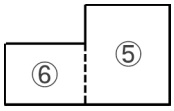


図 3



(2) $4 \leqq x \leqq 8$ のときのグラフは，2 点 (4，20)，(8，32) を通るから，その式を $y=ax+b$ とおくと，$20=4a+b$，$32=8a+b$ の 2 式を得る。これを連立方程式として解くと，$a=3$，$b=8$ だから，求める式は，$y=3x+8$ である。

ポイント》直線の式の求め方

① $y=ax+b$ とおく。

② その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「$(x,\ y)$：対応する x，y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，2 つの条件を見つけて代入する。

問 2 (3) はじめに用意していたにんじんの分量を x g とすると，にんじんと白菜の分量の比が 1：10 であることから，白菜の分量は $10x$ g と表される。にんじんを 15 g 増やすと，にんじんと白菜の分量の比が 1：7 になったので，$(x+15):10x=1:7$ より，$x=35$　　よって，分量を調整したあとのにんじん，白菜の分量はそれぞれ，$35+15=50$(g)，$10\times35=350$(g) だから，野菜の分量は $50+350=400$(g) である。したがって，必要な「塩こうじ」の分量は，$400\times\dfrac{12}{100}=48$(g) である。

数-24-公-山梨-KS-04

4 【資料の活用】

問１ (1) 生徒 95 人の記録における中央値は,記録を小さい方から順に並べたときの 48 番目の値である。20 回以上 30 回未満の階級の累積度数は，9＋38＝47 (文字)，30 回以上 40 回未満の階級の累積度数は，9＋38＋29＝76 (文字) だから，小さい方から 48 番目の記録は，30 回以上 40 回未満の階級に含まれる。

ポイント》代表値

⇒資料の特徴を調べたり，伝えたりするときに活用

① 平均値…1 つ 1 つの資料の値の合計をその総数でわった値

② 中央値(メジアン)…調べる資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値
⇒資料の総数が偶数のとき…中央にある 2 つの数値の平均

③ 最頻値(モード)…資料中で，最も多く出てくる値

(2) 記録が 40 文字以上の生徒の人数は，12＋4＋2＋1＝19 (人) だから，$\frac{19}{95}\times 100=20$ (%)

問２ (1) 全体の度数が異なる複数のデータを比較するには，割合，すなわち，相対度数を用いるのが適している。

ポイント》相対度数の求め方

「相対」とは，他と比べるという意味。つまり，全体（度数の合計）と比べて，その度数がどれだけの割合かを表すのが「相対度数」である。よって，求め方は，

相対度数$=\frac{\text{対象となる階級の度数}}{\text{度数の合計}}$

である。分数ではなく，小数で表すことが多い。

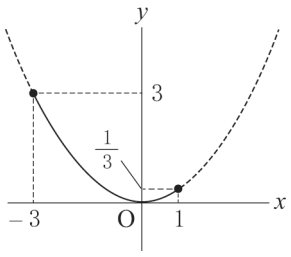
数-24-公-山梨-KS-05

5 【関数のグラフと図形】

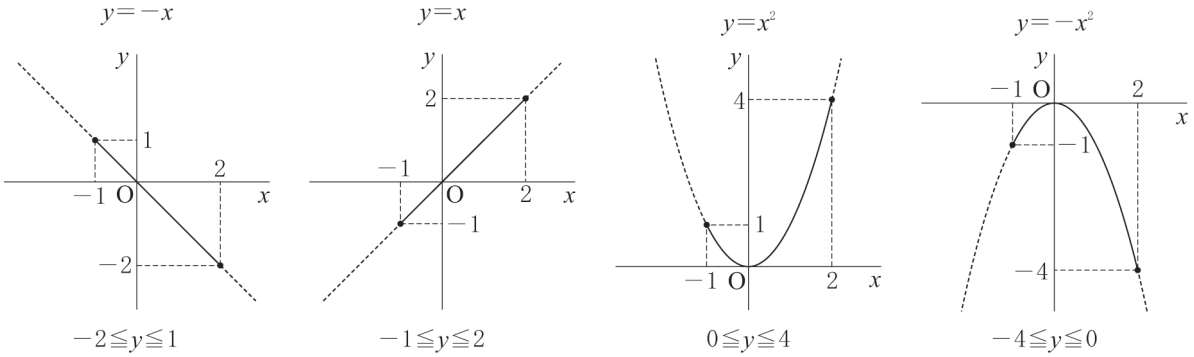
問１ 点 B は，y 座標が $\frac{1}{3}$ で，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上にあるから，$\frac{1}{3}=\frac{1}{3}x^2$　　$x^2=1$　　点 B の x 座標は正だから，$x=1$

問２ 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ において，$x=-3$ のとき $y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$，$x=1$ のとき $y=\frac{1}{3}\times 1^2=\frac{1}{3}$ だから，$-3\leqq x\leqq 1$ の範囲における関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフは**図１**のようになる。よって，y の変域は，$0\leqq y\leqq 3$ である。

図１



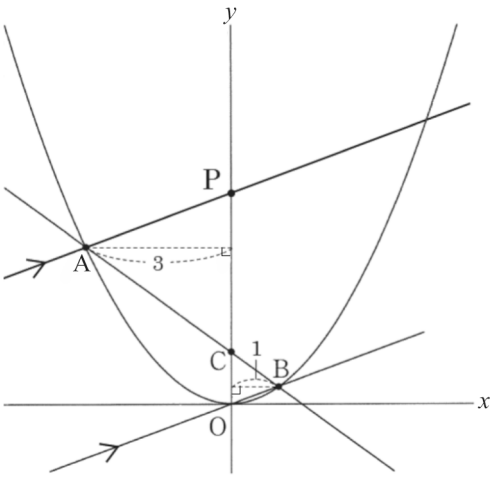
ポイント》変域の問題はグラフで考えよう！



特に，関数 $y=ax^2$ の変域を求めるときに注意しよう。

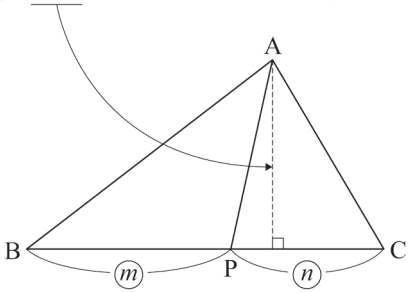
問３　(1) AP // OB より，△COB∽△CPA であり，辺 CO と辺 CP は対応している。よって，△COB の底辺を CO としたときの高さは 1 で，△CPA の底辺を CP としたときの高さは 3 だから，△COB と△CPA の相似比は，1 : 3 である。
よって，△COB : △CPA＝$1^2 : 3^2$＝1 : 9

図２



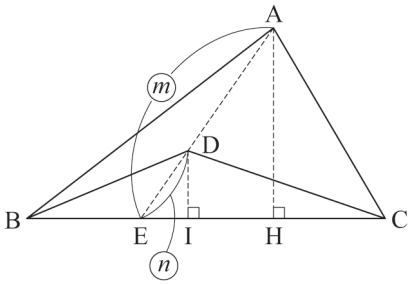
ポイント》面積比は３パターン！

①　高さが共通→底辺の比＝面積比



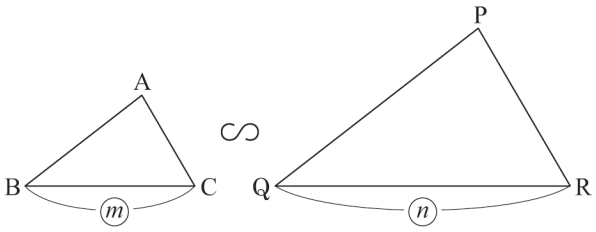
△ABP : △ACP＝BP : PC＝$m : n$

②　底辺が共通→高さの比＝面積比



△AEH∽△DEIより，AH : DI＝AE : DE
△ABC : △DBC＝AH : DI＝AE : DE＝$m : n$

③　相似→相似比の２乗



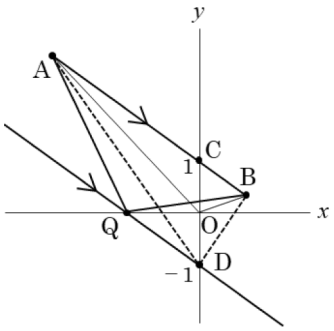
△ABC∽△PQRで，相似比が$m : n$のとき，
△ABC : △PQR＝$m^2 : n^2$

(2) 直線 AB の式を $y=ax+b$ とおく。A(−3，3)，B$\left(1,\ \frac{1}{3}\right)$ を通ることから，$3=-3a+b$，$\frac{1}{3}=a+b$ の２式を得る。これを連立方程式として解くと，$a=-\frac{2}{3}$，$b=1$ より，直線 AB の傾きは$-\frac{2}{3}$で，切片は１である。すなわち，C(0，1) である。

ここで，CD＝2CO となるように，点 D の座標を(0，－1）と定めると，△ACD＝2△ACO，△BCD＝2△BCO より，△ADB＝2△AOB となる。

点 D を通り，直線 AB に平行な直線は，傾きが$-\frac{2}{3}$で，切片が－1だから，式は，$y=-\frac{2}{3}x-1$ である。この直線と x 軸の交点の x 座標は，$0=-\frac{2}{3}x-1$ を解くことで，$x=-\frac{3}{2}$　…①と求まる。

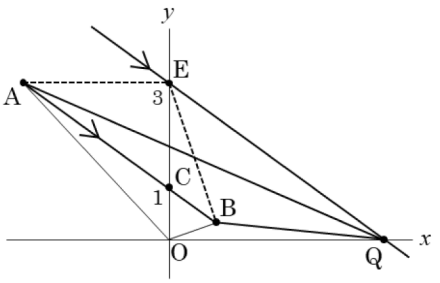
図３



さらに，CE＝2CO となるように，点 E の座標を（0，3）と定めると，△ACE＝2△ACO，△BCE＝2△BCO より，△AEB＝2△AOB となる。

点 E を通り，直線 AB に平行な直線は，傾きが$-\frac{2}{3}$で，切片が 3 だから，式は，$y=-\frac{2}{3}x+3$ である。この直線と x 軸の交点の x 座標は，$0=-\frac{2}{3}x+3$ を解くことで，$x=\frac{9}{2}$　…②と求まる。

図４



よって，求める点 Q の x 座標 t の値は，①，②より，$t=-\frac{3}{2}$，$\frac{9}{2}$である。

数-24-公-山梨-KS-06

6　【平面図形，空間図形】

問１　(2) 円周角の定理より，∠AOC＝2∠ABC＝36°であり，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CE}$より，∠AOC＝∠COE＝36°である。よって，∠EOB＝180°－(36°＋36°)＝108°だから，$\overset{\frown}{EB}=8\pi\times\frac{108}{360}=\frac{12}{5}\pi$(cm)

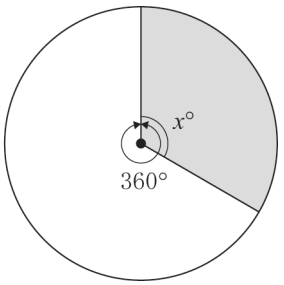
ポイント》おうぎ形のまとめ

「おうぎ形は円の一部分である」ということがポイント！

(おうぎ形の面積)＝(円の面積)　×　$\frac{x}{360}$

(おうぎ形の弧の長さ)＝(円周)　×　$\frac{x}{360}$

←「一部分」……「１周 360°のうち，何度分か」を表す割合！



問２　(1) 正方形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，$AH=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)

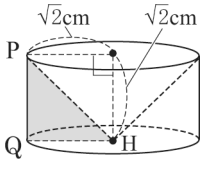
よって，OH＝AH，∠OHA＝90°より，△OAH は直角二等辺三角形だから，$OA=\sqrt{2}AH=4$(cm)

(2) △OAH において，2 点 P，Q は，それぞれ辺 OA，AH の中点だから，中点連結定理より，$PQ=\frac{1}{2}OH=\sqrt{2}$(cm) である。また，$QH=\frac{1}{2}AH=\sqrt{2}$(cm) である。

よって，回転体は**図１**のように，「半径が$\sqrt{2}$cm の円を底面とし，高さが$\sqrt{2}$cm の円柱」から「半径が$\sqrt{2}$cm の円を底面とし，高さが$\sqrt{2}$cm の円錐」を取り除いたような立体である。したがって，その体積は，

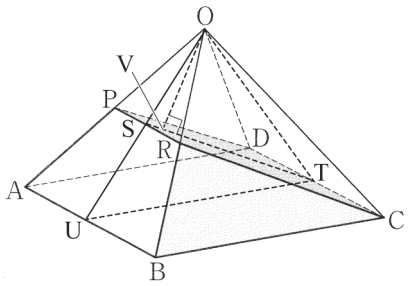
$\pi\times(\sqrt{2})^2\times\sqrt{2}-\pi\times(\sqrt{2})^2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=2\sqrt{2}\,\pi-\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi=\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$(cm^3)

図１



(3) **図２**のように，線分 PR の中点を S，線分 CD の中点を T，線分 AB の中点を U とすると，四角錐 OPRCD は，3 点 S，U，T を通る平面に関して対称となる。よって，頂点 O から面 PRCD に垂線 OV をおろすと，3 点 S，V，T は一直線上に並ぶ。

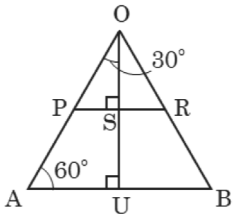
図２



△ABC は直角二等辺三角形だから，$AB=\frac{AC}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=4$ (cm)

(1) より，OA＝4 cm で，同様にして，OB＝4 cm だから，**図３**のように，△OAB は 1 辺の長さが 4 cm の正三角形である。

図３



2 点 P，R は，それぞれ辺 OA，OB の中点だから，中点連結定理より，

$PR=\frac{1}{2}AB=2$ (cm)，PR // AB

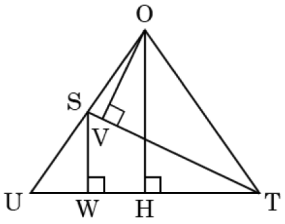
△OAU は 30°，60°，90°の内角をもつ直角三角形だから，$OU=\frac{\sqrt{3}}{2}OA=2\sqrt{3}$ (cm)

平行線と線分の比の性質から，OS : OU＝OP : OA＝1 : 2 より，$OS=\frac{1}{2}OU=\sqrt{3}$ (cm)

また，△OCD でも同様にして，OT＝OU＝$2\sqrt{3}$ (cm)

図４のように，△OUT に注目し，S から辺 UT に垂線 SW をおろす。

図４



SW // OH より，平行線と線分の比の性質から，

SW : OH＝SU : OU　　SW : $2\sqrt{2}=\sqrt{3}:2\sqrt{3}=1:2$　　$SW=\sqrt{2}$ (cm)

UW : WH＝SU : OS＝$\sqrt{3}:\sqrt{3}=1:1$

$UW=\frac{1}{2}UH=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}UT=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times4=1$ (cm)

よって，WT＝UT－UW＝4－1＝3 (cm) より，△SWT で三平方の定理より，

$ST^2=SW^2+WT^2=(\sqrt{2})^2+3^2=11$　　ST＞0 より，$ST=\sqrt{11}$ (cm)

ここで，OS＝SU より，$\triangle OST=\frac{1}{2}\triangle OUT=\frac{1}{2}\times UT\times OH\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{2}$ (cm^2) だから，$\triangle OST=ST\times OV\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{11}}{2}OV$ より，$\frac{\sqrt{11}}{2}OV=2\sqrt{2}$　　$OV=\frac{4\sqrt{22}}{11}$ (cm)

よって，四角錐 OPRCD の底面 PRCD は PR // DC の台形だから，四角錐 OPRCD の体積は，

$(PR+DC)\times ST\times\frac{1}{2}\times OV\times\frac{1}{3}=(2+4)\times\sqrt{11}\times\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{22}}{11}\times\frac{1}{3}=4\sqrt{2}$ (cm^3)

また，正四角錐 OABCD の体積は，$AC^2\times\frac{1}{2}\times OH\times\frac{1}{3}=(4\sqrt{2})^2\times\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{32\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)

よって，6 点 P，R，A，B，C，D を頂点とする立体の体積は，$\frac{32\sqrt{2}}{3}-4\sqrt{2}=\frac{20\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)